

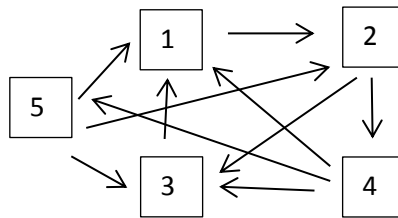
**Mathematische Modelle in den Wirtschaftswissenschaften (WS 2016-17)**  
**Übung 6: Marketingtreue nach Markov**

1) Berechnen Sie die stationären Marktanteile der Marken A, B, C, indem Sie das folgende Kaufverhalten aus der Vorlesung annehmen:

Familie 1	AAAAAABACAAA
Familie 2	CBBBBBBBBA
Familie 3	CCCCCCBCAA

2) In einer Tauschwirtschaft produzieren Produzenten  $P_i$  jeweils eine Einheit des Gutes  $G_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Dabei verbraucht  $P_i$  genau  $a_{ij} \geq 0$  des Gutes  $G_j$  für  $j = 1, \dots, n$ . Definieren Sie Gleichgewichtspreise für diese Tauschwirtschaft, so dass die Kosten des Produzenten  $P_i$  seinen Umsatz nicht übersteigen. Was hat dieses Tauschmodell mit der Marketingtreue gemeinsam? Welche ökonomische Bedeutung hat die entsprechende Preisanpassung?

3) Es seien Web-Seiten mit folgenden Links gegeben:



- Wie sieht das Seitenranking aus, wenn man nach der Anzahl eingehender Links rangiert? Ist ein solches Ranking immer sinnvoll? Vergleichen Sie die Seiten 1 und 3 dafür.
- Stellen Sie die zum Netzwerk zugehörige Übergangsmatrix auf, so dass deren Einträge  $a_{ij}$  Wahrscheinlichkeiten eines Überganges von der  $j$ -ten auf die  $i$ -te Seite darstellen.
- Formulieren Sie das Google-Problem nach dem folgenden Ranking-Prinzip: Eine Seite ist populär, wenn andere populäre Seiten darauf verweisen.
- Was hat das Google-Problem mit der Marketingtreue gemeinsam? Interpretieren Sie insbesondere die Konvergenzbedingung einer positiven Zeile der Übergangsmatrix für das Google-Problem.
- Berechnen Sie das Google-Ranking für das obige Netzwerk. Stimmt dieses mit dem Ranking aus (i) überein?

4) Es sei  $x_{k+1} := Px_k$  der Update von Markenanteilen mit der Übergangsmatrix  $P$ . Zeigen Sie, dass die Mittelung der Markenanteile  $\tilde{x}_{k+1} := \frac{1}{k+1} \sum_{\ell=1}^{k+1} x_\ell$  sich der Menge stationärer Markenverteilungen annähert. Wie schnell ist diese Annäherung?