Prof. Dr. Vladimir Shikhman
Professur für Wirtschaftsmathematik
Technische Universität Chemnitz

Mathematische Modelle in den Wirtschaftswissenschaften (WS 2016-17)
Übung 13: Gleichgewichtsanalyse nach Marshall

1) Gegeben den Preis $p \in \mathbb{R}_+$ eines homogenen Gutes, seien dessen Angebot und Nachfrage wie folgt definiert:

$$S(p) := \int_0^p y(s)ds, \quad D(p) := \int_p^\infty x(s)ds,$$

wobei $y(s)$ den Angebotszuwachs und $x(s)$ den Nachfragezuwachs zum Preis s bezeichnen. Zeigen Sie, dass Gleichgewichtspreise und Minimierer der Funktion

$$\pi(p) := \int_0^p S(t)dt + \int_p^\infty D(t)dt$$

übereinstimmen. Wie kann man die Funktion π ökonomisch deuten? Interpretieren Sie das Gradientenverfahren für die Minimierung von π als Preisanpassung.

2) Es maximieren K Produzenten auf dem Markt eines homogenen Gutes ihre Profite:

$$\max_{y_k \in [0, \bar{y}_k]} (p - c_k)y_k,$$

wobei y_k die Gütermenge, c_k die Stückkosten, $\bar{y}_k$ die Produktionsschranke und p den Güterpreis bezeichnen. Die Gesamtnachfrage ist $D(p) := \frac{B}{p}$, wobei B das Konsumentenbudget bezeichnet.

(a) Bestimmen Sie den Nachfragezuwachs $x(s)$, so dass $D(p) = \int_p^\infty x(s)ds$.

(b) Finden Sie den Gleichgewichtspreis.

(c) Analysieren Sie den Fall von gleichen Kosten $c_k = c$.

3) Es maximieren K Produzenten auf dem Markt eines homogenen Gutes ihre Profite:

$$\max_{y_k \in [0, \bar{y}_k]} (p - c_k)y_k,$$

wobei y_k die Gütermenge, c_k die Stückkosten, $\bar{y}_k$ die Produktionsschranke und p den Güterpreis bezeichnen. Die Gesamtnachfrage ist $D(p) := -\frac{\alpha}{\beta}p + \alpha$, wobei α die größtmögliche Nachfrage und β den maximalen Preis bezeichnen.

(a) Bestimmen Sie den Nachfragezuwachs $x(s)$, so dass $D(p) = \int_p^\infty x(s)ds$.

(b) Finden Sie den Gleichgewichtspreis.

(c) Analysieren Sie den Fall von gleichen Kosten $c_k = c$.