

Zusammenfassung zur Auswertung holografischer Interferogramme

E. Dost (März 2003)

Das Ziel der holografischen Interferometrie ist es, Veränderungen an Objekten durch Belastungen, thermische Ausdehnung, Schwingungen usw. qualitativ und quantitativ zu erfassen. Prinzipiell ist die quantitative Bestimmung für alle Punkte der Objektoberfläche (also die Berechnung des sog. Verschiebungsfeldes) möglich, wenn die Größenordnung der Veränderungen im Mikrometerbereich liegt.

Der Vorteil gegenüber der klassischen Interferometrie besteht darin, dass kein Vergleichsstrahlengang (also auch keine Vergleichsoberfläche) benötigt wird und auch die Untersuchung nicht spiegelnd reflektierender (rauer) Oberflächen möglich ist.

1. Grundprinzip am Beispiel des Doppelbelichtungsverfahrens (auch Doppel-Expositions-Verfahren genannt)

Das Prinzip der Herstellung eines Doppel-expositions-hologramms zeigt Abb. 1.

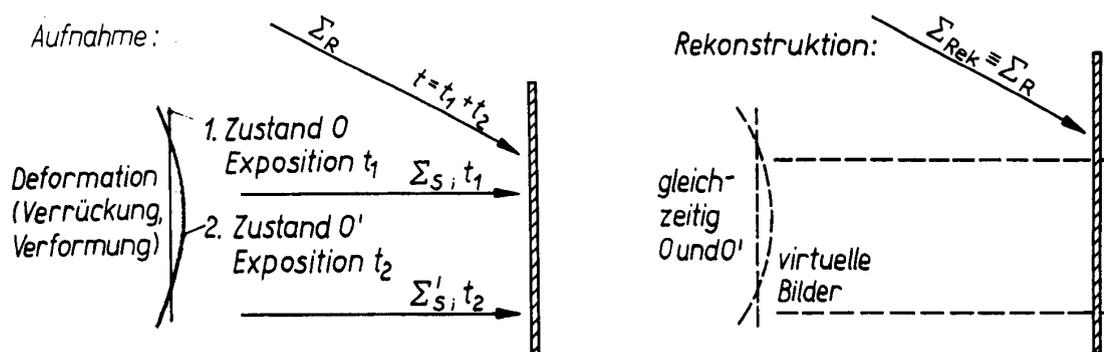


Abb. 1 Schematische Darstellung des Doppelbelichtungsverfahrens

Die vom Objekt (im ursprünglichen Zustand O) kommende Signalwelle \hat{O}_S wird in üblicher Weise mit halber Belichtungszeit t_1 in einem Hologramm gespeichert. Dann wird am Objekt eine Veränderung (Verschiebung, Deformation o. ä.) im μm -Bereich vorgenommen (neuer Zustand O'). Nun wird auf der an ihrem Platz verbliebenen Hologrammplatte die veränderte Signalwelle \hat{O}'_S ebenfalls mit halber Belichtungszeit t_2 aufgezeichnet. Da die Referenzwelle \hat{O}_R bei beiden Aufnahmen dieselbe war, werden bei der Rekonstruktion des Hologramms die beiden Signalwellen \hat{O}_S und \hat{O}'_S gleichzeitig rekonstruiert und können nun miteinander interferieren. Beispiele für solche Interferogramme zeigen die Abb. 2 und 3.

Hierbei wird beobachtet, dass sich die Interferenzstreifen nicht in jedem Fall in der Objektebene befinden, sondern im allgemeinen vor oder hinter dem Objekt lokalisiert sind. Das bedeutet, dass sich die Interferenzstreifen gegenüber dem Objekt verschieben können, wenn man den Beobachtungspunkt verändert. Zwei wichtige Spezialfälle sind Drehungen um eine in der Objektebene liegende Drehachse und Verschiebungen parallel zur Objektebene. Im ersten Fall liegen die Interferenzen in der Objektebene, im zweiten Fall im Unendlichen.

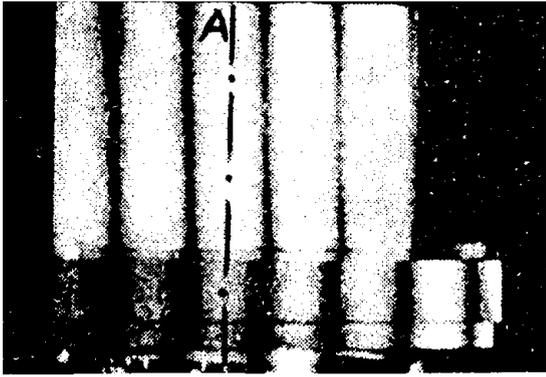


Abb. 2 Interferenzen, die durch Drehung einer Platte um die Achse A entstanden sind

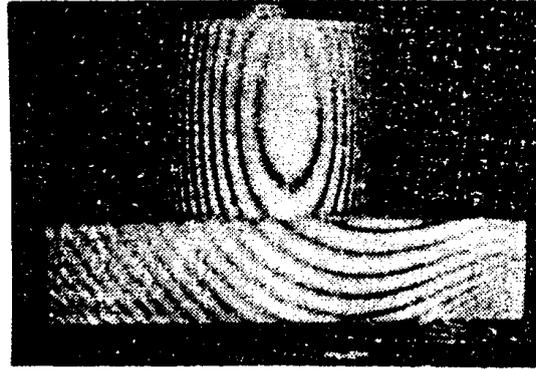


Abb. 3 Interferenzen, die durch Erwärmung eines Zylinders entstanden sind

Um die Berechnung der Veränderung durchzuführen, wird ein Koordinatensystem definiert, dessen x - und y -Achse in der Objektebene liegen (vgl. Abb. 4). Die Zeichenebene ist die horizontale Ebene, in der der vom Laser kommende Strahl, die Hologrammmittelpunkt H und auch die z -Achse liegen (also die xz -Ebene).

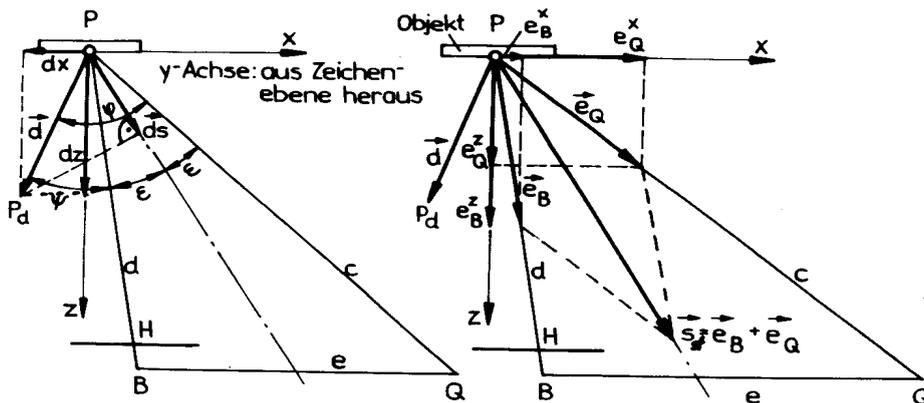


Abb. 4 Definition der für die Auswertung erforderlichen Größen

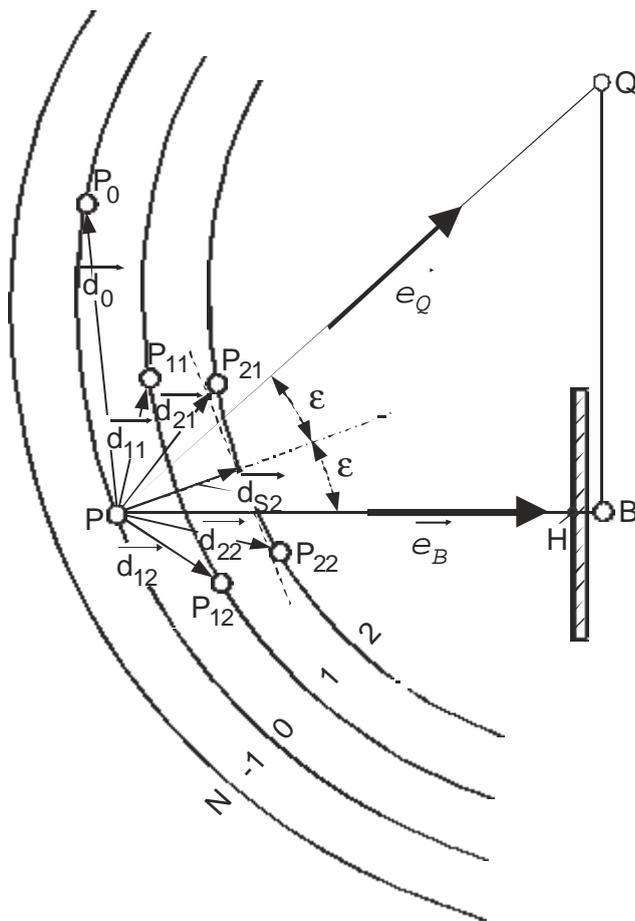
Außerdem werden die in Abb. 4 dargestellten Größen eingeführt. Der Objektpunkt P wird bei der Veränderung in den Punkt P_d verschoben, der durch den Verschiebungsvektor \vec{d} mit P verbunden ist. Ferner führt man die Einheitsvektoren \vec{e}_Q (vom Punkt P zum Quellpunkt Q) und \vec{e}_B (vom Punkt P zum Beobachtungspunkt B , meist die Hologrammmittelpunkt H) ein. Die Winkel α , ϕ und δ sind erforderlich, um die benötigten Komponenten dieser Vektoren zu berechnen. Der Quellpunkt Q ist der Punkt, an dem die Objektwelle aufgeweitet wird.

2. Auswertung nach dem Ellipsoidenverfahren (Abb. 5)

In der durch Abb. 4 festgelegten horizontalen Ebene wird durch den Objektpunkt P eine Ellipse mit den Punkten Q und B als Brennpunkten konstruiert (im Raum ergibt sich ein Ellipsoid). Wenn nun P bei der Veränderung des Objektes durch den Verschiebungsvektor \vec{d}_0 nach P_0 (einem Punkt auf derselben Ellipse) verschoben wird, sind die Lichtwege QPB

und QP_0B wegen der Definition der Ellipse gleich lang, d.h., der betreffende Objektpunkt muss auf dem Maximum 0. Ordnung im Interferenzmuster liegen. Die weiteren Ellipsen (mit denselben Brennpunkten) sind so konstruiert, dass der Gesamtlichtweg von Q nach B jeweils um ganzzahlige Vielfache der Wellenlänge kürzer bzw. länger ist. Bei einer Verschiebung von P nach P_{11} oder P_{12} läge der Punkt auf dem Maximum 1. Ordnung usw. Beachten Sie bei allen Abbildungen, dass eine maßstäbliche Darstellung wegen der Kleinheit der Wellenlänge im Vergleich zu den Abmessungen des Versuchsaufbaus nicht möglich ist.

Bei dieser Auswertung treten 3 Probleme auf: Erstens ist nicht ohne weiteres erkennbar, wo sich die 0. Ordnung befindet, zweitens sind die Punkte P_{11} und P_{12} oder P_{21} und P_{22} nicht unterscheidbar (es ist also nur die Normalkomponente von \vec{d} , z. B. ds_2 in Abb. 5, bestimmbar), und drittens ist auch der Richtungssinn der Verschiebung nicht feststellbar.



Dieses Auswerteverfahren kann also nur angewendet werden, wenn weitere Informationen über die Veränderung bekannt sind, z.B. ein Fixpunkt vorliegt (wie bei einer Drehung) oder die Richtung der Verschiebung bekannt ist.

Im Versuch werten wir nur die Drehung des Objektes um eine in der Objektebene liegende Drehachse nach diesem Verfahren aus. Da in diesem Fall die Punkte auf der Drehachse Fixpunkte sind, können von dort aus die Interferenzordnungen gezählt werden (Abb. 6). Bei den kleinen Drehwinkeln, die hier vorliegen, kann die Verschiebungsrichtung senkrecht zur Oberfläche angenommen werden.

Bei allen Versuchen vereinfachen wir die Auswertung dadurch, dass wir den Versuchsaufbau so wählen, dass die Objektmitte auf der kleinen Halbachse der Ellipse liegt, d. h. dass das Dreieck QPB gleichschenkelig ist, also die Strecken c und d gleich lang sind (Abb. 6).

Abb. 5 Das Prinzip des Ellipsoidenverfahrens

In Abb. 6 ist angenommen, dass die Drehachse bei A liegt (Maximum 0. Ordnung) und der Punkt P gerade in einen Punkt P_d verschoben wurde, der auf der nächsten Ellipse liegt. Der betreffende Punkt liegt im Interferenzbild auf dem Maximum 1. Ordnung, d. h. die Lichtwege QPB und QP_dB unterscheiden sich genau um ϵ . Der zugehörige Verschiebungsvektor \vec{d}_1 besitzt in diesem Fall nur die Normalkomponente ds_1 . Ein genau in der Mitte zwischen A und P liegender Punkt C läge dementsprechend auf dem dazwischenliegenden Minimum.

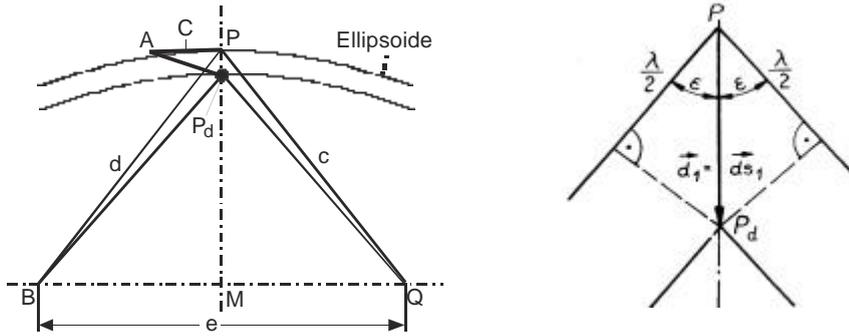


Abb. 6 Zum Abstand der Interferenzstreifen in der symmetrischen Anordnung (Index 1 entspricht einer Ordnung)

Für den Betrag von \vec{d}_1 lässt sich aus dem vergrößerten Ausschnitt in Abb. 6 ablesen:

$$|\vec{d}_1| = \frac{\mathbf{I}}{2 \cdot \cos \mathbf{e}} = \frac{\mathbf{I}}{2 \cdot \sqrt{1 - \frac{e^2}{4c^2}}} \quad (1)$$

Für eine Position eines Objektpunktes auf der N-ten Ordnung gilt entsprechend:

$$|\vec{d}_N| = \frac{N \cdot \mathbf{I}}{2 \cdot \sqrt{1 - \frac{e^2}{4c^2}}} \quad (2)$$

Die Größen c , d und e sind die Längen der entsprechenden Strecken im Versuchsaufbau (vgl. Skizze in der Versuchsanleitung).

3. Grundgleichung zur Auswertung holografischer Interferogramme

Im folgenden soll die Gl. (2) verallgemeinert werden. Für den Gangunterschied Δ zwischen den Objektwellen bei der 1. und der 2. Belichtung an einem beliebigen Objektpunkt P kann man aus den Abb. 5 und 6 entnehmen:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta}{2} &= N \cdot \frac{\mathbf{I}}{2} = |\vec{d}_N| \cdot \cos \mathbf{e}, \quad \text{aus Abb. 4 ergibt sich} \\ |\vec{d}_N| &= |\vec{d}_N| \cdot \cos(\mathbf{y} + \mathbf{e}), \quad \text{also} \\ \Delta &= N \cdot \mathbf{I} = 2 \cdot |\vec{d}_N| \cdot \cos(\mathbf{y} + \mathbf{e}) \cdot \cos \mathbf{e} \end{aligned} \quad (3)$$

Mit Hilfe der Beziehung

$$2 \cdot \cos \frac{\mathbf{a} + \mathbf{b}}{2} \cdot \cos \frac{\mathbf{a} - \mathbf{b}}{2} = \cos \mathbf{a} + \cos \mathbf{b}$$

formen wir Gl. (3) um, indem wir setzen: $\mathbf{a} + \mathbf{b} = 2 \cdot (\mathbf{y} + \mathbf{e})$ und $\mathbf{a} - \mathbf{b} = 2\mathbf{e}$.

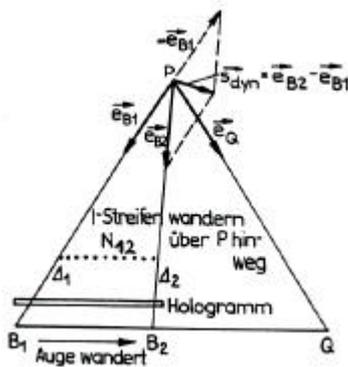
Daraus folgt $\mathbf{b} = \mathbf{y}$ und $\mathbf{a} = \mathbf{y} + 2\mathbf{e} = \mathbf{j}$ (vgl. Abb. 4).

$$\text{Aus (3) wird} \quad N \cdot \mathbf{I} = |\vec{d}_N| \cdot (\cos \mathbf{y} + \cos \mathbf{j}). \quad (4)$$

Aus Abb. 4 ist ersichtlich, dass sich die Produkte $|\vec{d}_N| \cdot \cos \mathbf{y}$ und $|\vec{d}_N| \cdot \cos \mathbf{j}$ als Skalarprodukte $(\vec{d}_N \cdot \vec{e}_B)$ bzw. $(\vec{d}_N \cdot \vec{e}_Q)$ darstellen lassen. Daraus folgt die Grundgleichung zur Auswertung von Interferogrammen:

$$N \cdot \mathbf{I} = \vec{d}_N \cdot (\vec{e}_B + \vec{e}_Q) \quad (5)$$

4.2. Dynamische Auswertemethode (Abb. 8)



Diese Methode kann nur angewendet werden, wenn die Interferenzstreifen nicht in der Objektebene lokalisiert sind. Wenn in diesem Fall der Beobachtungspunkt B (d. h. unser Auge) über eine bestimmte Strecke auf dem Hologramm verschoben wird, wandern währenddessen N Interferenzstreifen über einen festen Objektpunkt P hinweg.

Abb. 8 Zur dynamischen Auswertung

Für die Differenz der Gangunterschiede gilt jetzt:

$$\Delta_1 - \Delta_2 = N \cdot \mathbf{I} = \vec{d} \cdot (\vec{e}_{B1} + \vec{e}_Q) - \vec{d} \cdot (\vec{e}_{B2} + \vec{e}_Q) = \vec{d} \cdot (\vec{e}_{B1} - \vec{e}_{B2}) \quad (7)$$

Man benötigt für die Berechnung der 3 unbekanntenen Komponenten von \vec{d} wiederum drei Gleichungen, die man durch Verschiebung des Beobachtungspunktes entlang von 3 verschiedenen Wegen gewinnen kann (Beispiele dafür in Abb. 9).

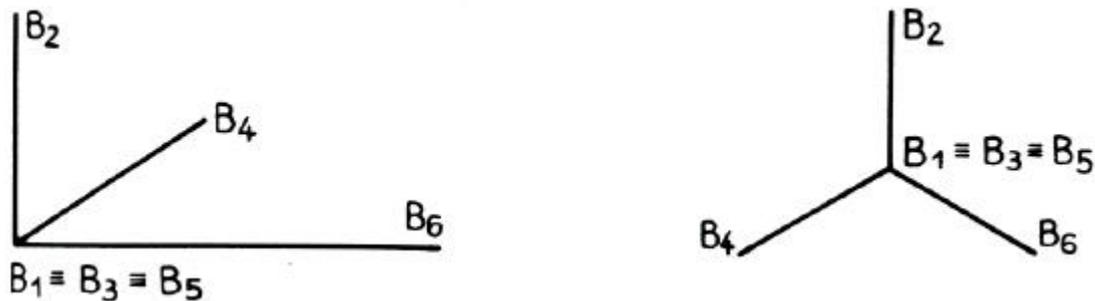


Abb. 9 Mögliche Beobachtungswege beim dynamischen Auswerteverfahren

Es ergibt sich dann das Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} N_{12} \cdot \mathbf{I} &= \vec{d} \cdot (\vec{e}_{B1} - \vec{e}_{B2}), \\ N_{34} \cdot \mathbf{I} &= \vec{d} \cdot (\vec{e}_{B3} - \vec{e}_{B4}) \quad \text{und} \\ N_{56} \cdot \mathbf{I} &= \vec{d} \cdot (\vec{e}_{B5} - \vec{e}_{B6}). \end{aligned} \quad (8)$$

Es ist wieder anzumerken, dass der Richtungssinn der Objektbewegung nicht feststellbar ist, da die Vorzeichen der N_{ij} nicht bekannt sind.

Der Vorteil der dynamischen Auswertemethode besteht darin, dass zur Bestimmung der 3 Komponenten des Verschiebungsvektors nur ein Hologramm benötigt wird. Außerdem ist die Vermessung der Lage der Beleuchtungsquelle nicht erforderlich. Von Nachteil ist, dass immer die aktuelle Rekonstruktion durch das Hologramm notwendig ist oder die Auswertung mit Hilfe des reellen Bildes für jeden Objektpunkt einzeln vorgenommen werden muss.

Maximale Empfindlichkeit liegt für Verschiebungsrichtungen parallel zur Oberfläche des Objektes vor. Für den Sensitivitätsvektor gilt hier:

$$\vec{S}_{dyn} = \vec{e}_{B1} - \vec{e}_{B2}$$

Im Praktikum beschränken wir uns auf einfache Fälle, d. h. auf Verschiebungen in x bzw. y -Richtung (vgl. Abb. 4), und verwenden für die dynamische Auswertung Masken mit höchstens 2 Schlitzen (Beobachtungswege B_1B_2 bzw. B_3B_4 in Abb. 11).

Es ist dann notwendig, die jeweils benötigten Komponenten der Einheitsvektoren aus Größen zu berechnen, die im Versuchsaufbau ausgemessen werden können. Für Verschiebungen in x -Richtung spielt dabei die Orientierung von Objektoberfläche und Hologrammebene eine Rolle. Wir geben die Gleichungen für 4 spezielle Anordnungen an (Abb. 10).

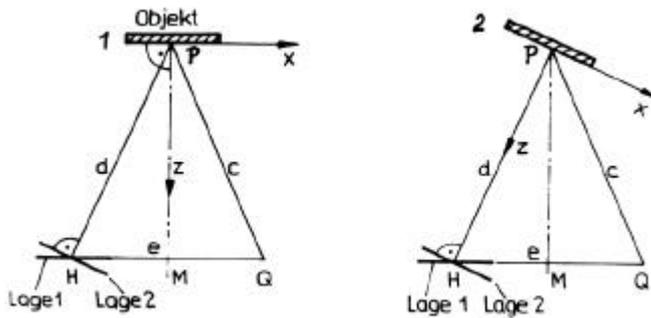


Abb. 10 Aufnahmeanordnungen

Links: Anordnung 1.1 und 1.2

Rechts: Anordnung 2.1 und 2.2

Die erste Zahl bezeichnet die Lage der Objektoberfläche, die zweite Zahl die Lage des Hologramms. Die Zahl 1 bedeutet in beiden Fällen „parallel zur Strecke HQ “, die Zahl 2 entsprechend „senkrecht zur Strecke PH “. Die Punkte H , M , Q und P liegen in einer horizontalen Ebene parallel zur Stahlplatte, die den Versuchsaufbau trägt. In dieser Ebene müssen auch die optischen Achsen des Lasers und der optischen Bauelemente liegen. Alle Ausführungen beziehen sich auf den symmetrischen Versuchsaufbau entsprechend Abb. 6.

Für die Anordnung 1.1 berechnen wir beispielhaft die Gleichungen für eine Verschiebung in x -Richtung und eine Verschiebung in y -Richtung. Eine perspektivische Darstellung der Anordnung zeigt Abb. 11. Man muss sich zum Verständnis dieser Abbildung klar machen, welche der gezeichneten Geraden und Winkel zur vertikalen bzw. horizontalen Ebene gehören.

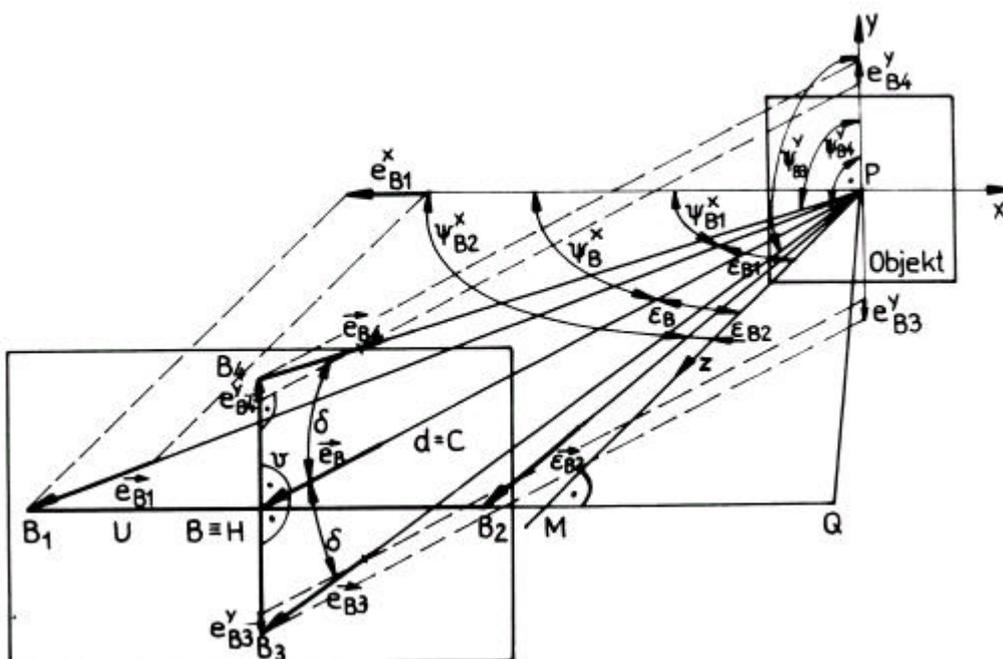


Abb. 11 Räumliche Darstellung der Anordnung 1.1

Entsprechend erhält man

$$|e^x_{B2}| = \sin \mathbf{e}_{B2} = \frac{e-u}{\sqrt{4c^2 - e^2 + (e-u)^2}}$$

Setzt man diese Ausdrücke in (11) ein, dann ergibt sich für die Anordnung 1.1

$$|dx| = \frac{N_{12} \cdot \mathbf{I}}{\frac{e+u}{\sqrt{4c^2 - e^2 + (e+u)^2}} - \frac{e-u}{\sqrt{4c^2 - e^2 + (e-u)^2}}} \quad (12)$$

In gleicher Weise folgt für Anordnung 1.2

$$|dx| = \frac{N_{12} \cdot \mathbf{I} \cdot c \cdot \sqrt{4c^2 + u^2}}{u \cdot \sqrt{4c^2 - e^2}} \quad (13.1)$$

oder

$$|dx| = \frac{N_{12} \cdot \mathbf{I}}{2 \cdot \cos\left(\arcsin \frac{e}{2c}\right) \cdot \sin\left(\arctan \frac{u}{2c}\right)} \quad (13.2)$$

Anordnung 2.1

$$|dx| = \frac{N_{12} \cdot \mathbf{I}}{\frac{u \cdot \sqrt{4c^2 - e^2}}{2c \cdot \sqrt{4c^2 - e^2 + (e+u)^2}} + \frac{u \cdot \sqrt{4c^2 - e^2}}{2c \cdot \sqrt{4c^2 - e^2 + (e-u)^2}}} \quad (14)$$

Anordnung 2.2

$$|dx| = \frac{N_{12} \cdot \mathbf{I} \cdot \sqrt{4c^2 + u^2}}{2u} \quad (15.1)$$

oder

$$|dx| = \frac{N_{12} \cdot \mathbf{I}}{2 \cdot \sin\left(\arctan \frac{u}{2c}\right)} \quad (15.2)$$

Die verschiedenen Anordnungen unterscheiden sich auch dadurch, dass die Ausleuchtung von Objekt und Hologramm verschieden viel Mühe bereitet, wobei auch die gesamte Gestaltung des Versuchsaufbaus eine Rolle spielt. Entsprechende Hinweise gibt Ihnen der Betreuer.

Für die Größtfehlerberechnung der Verschiebungen können die Gleichungen gegebenenfalls durch Näherungen vereinfacht werden. Sinnvolle Näherungen sind durch Abschätzung der Zahlenwerte des realisierten Versuchsaufbaus zu begründen.

5. Echtzeitverfahren (Real-Time-Verfahren)

Bei diesem Verfahren wird von dem zu untersuchenden Objekt ein Hologramm aufgenommen. Nach dem fotografischen Prozess muss dieses Hologramm wieder sehr genau in seine Aufnahme­position gebracht werden. Die Abweichung darf einen Wert von ca. $\frac{1}{10}$ nicht überschreiten. Wird nun die Referenzwelle wieder eingestrahlt, dann rekonstruiert sie das virtuelle Bild am Ort des Objektes. Man sieht also zum einen die am Hologramm rekonstruierte Objektwelle und zum anderen die direkt vom Objekt kommende Welle. Wenn sich diese beiden Wellen geringfügig unterscheiden, entstehen wie beim Doppelbelichtungsverfahren Interferenzen, die Veränderungen des Objektes anzeigen. Solche Änderungen können in diesem Fall direkt in ihrem zeitlichen Ablauf beobachtet bzw. fotografiert oder gefilmt werden.

6. Zeitmittelungsverfahren (Time-Average-Verfahren)

Dieses Verfahren wird für die Untersuchung von schwingenden Körpern verwendet. Eine Möglichkeit der Beobachtung von Schwingungen ist die Verwendung eines Doppel-Impulslasers. Das ist nichts anderes als eine spezielle Variante der Doppelbelichtungstechnik, da durch zwei kurz aufeinander folgende Lichtimpulse zwei Zustände des Objektes holografisch aufgezeichnet und verglichen werden.

Im Gegensatz dazu ist bei der Zeitmittelungstechnik die Belichtungszeit wesentlich länger als die Periodendauer der mechanischen Schwingung des Objektes. Da die Schwingungsform im allgemeinen nicht rechteckförmig ist, werden nun nicht nur zwei, sondern sehr viele Zustände des Objektes registriert. Betrachten wir eine sinusförmige Schwingung, dann ist klar, dass die Zustände in der Nähe der Umkehrpunkte wegen der dort geringeren Geschwindigkeit stärker berücksichtigt werden als die in der Nähe der Nulldurchgänge. Diese Wichtung der einzelnen Zustände bewirkt, dass bei der Überlagerung aller Bilder ebenfalls Interferenzen auftreten.

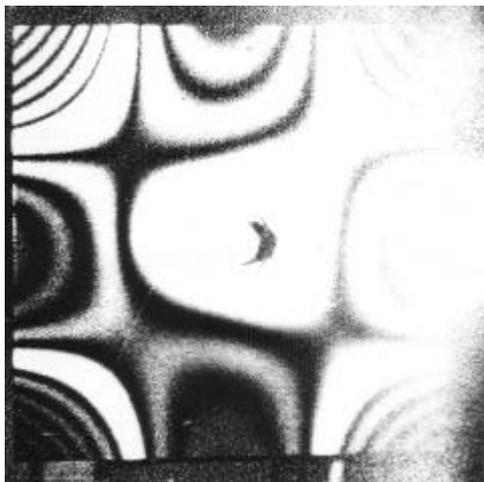


Abb. 13 Hologramm einer schwin­genden Platte

Der Kontrast dieser Interferenzen nimmt aber mit steigender Ordnungszahl schnell ab. Das ist ein wesentlicher Unterschied gegenüber dem Doppelbelichtungsverfahren.

Wir betrachten als Beispiel eine Metallplatte, die durch einen piezoelektrischen Wandler zu einer Eigenschwingung angeregt wird, also einer Schwingung, bei der Resonanz zwischen der anregenden Frequenz und einer Eigenfrequenz der Platte vorliegt. Das Foto eines solchen Hologramms zeigt Abb. 13.

Man kann nun näherungsweise annehmen, dass alle Punkte der Metallplatte eine sinusförmige Schwingung in z -Richtung ausführen und dass durch die Schwingung die Amplitudenverteilung

der Objektwelle nicht beeinflusst, sondern nur die Phasenverteilung periodisch moduliert wird. Wir machen also für den zeitabhängigen Verschiebungsvektor folgenden Ansatz:

$$\vec{d}(\vec{r}, t) = \vec{e}_z \cdot a(\vec{r}) \cdot \sin \omega t, \quad \text{wobei} \quad a(\vec{r}) \text{ die ortsabhängige}$$

Schwingungsamplitude, ω die Kreisfrequenz der Objektschwingung und \vec{e}_z der Einheits-

vektor in z-Richtung sind. In unserer symmetrischen Aufnahmeanordnung (vgl. Abb. 6) entspricht dieser Verschiebung der zeitabhängige Gangunterschied

$$\Delta(\vec{r}, t) = 2 \cdot \cos \mathbf{e} \cdot a(\vec{r}) \cdot \sin \mathbf{w}$$

Zwischen Gangunterschied und Phasendifferenz \ddot{a} besteht die Beziehung $\frac{\mathbf{d}}{\Delta} = \frac{2\mathbf{p}}{\mathbf{I}}$,

so dass für die Phasendifferenz gilt:

$$\mathbf{d}(\vec{r}, t) = \frac{2\mathbf{p}}{\mathbf{I}} \cdot 2 \cdot \cos \mathbf{e} \cdot a(\vec{r}) \cdot \sin \mathbf{w} \quad \text{und mit (1)} \quad \mathbf{d}(\vec{r}, t) = \frac{2\mathbf{p}}{d_1} \cdot a(\vec{r}) \cdot \sin \mathbf{w}$$

Für die auf der Objektoberfläche beobachtbare ortsabhängige Intensität ergibt sich dann

$$I(\vec{r}) = I_0(\vec{r}) \cdot \left(\frac{1}{t_B} \cdot \int_0^{t_B} e^{i\mathbf{d}(\vec{r}) \sin \mathbf{w} t} dt \right)^2 \quad \text{mit} \quad \mathbf{d}(\vec{r}) = \frac{2\mathbf{p}}{d_1} \cdot a(\vec{r})$$

Die Funktion unter dem Integral lässt sich in eine Potenzreihe entwickeln, deren Entwicklungskoeffizienten b_n die Bessel-Funktionen n-ter Ordnung sind. Es gilt

$$e^{\pm i\mathbf{d} \sin \mathbf{w} t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n(\mathbf{d}) e^{\pm i n \mathbf{w} t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\mathbf{d}) e^{\pm i n \mathbf{w} t}$$

Unter der Voraussetzung $t_B \gg \frac{2\mathbf{p}}{\mathbf{w}}$ lässt sich zeigen, dass alle b_n für $n \neq 0$ verschwinden.

Für die Intensität gilt dann:

$$I(\vec{r}) = I_0(\vec{r}) \cdot J_0^2(\mathbf{d}) = I_0(\vec{r}) \cdot J_0^2\left(\frac{2\mathbf{p} \cdot a}{d_1}\right) \quad (16)$$

Eine ausführlichere Herleitung ist beispielsweise in [1] zu finden.

Der Gleichung (16) gehorcht die in Abb. 13 dargestellte Intensität des Interferenzmusters. Am hellsten erscheinen die Punkte der Oberfläche, die sich bei der Schwingung nicht bewegen. Das sind die Einspannstelle in der Mitte der schwingenden Platte und die Knotenlinien, die an den Plattenecken zu erkennen sind. Diese Stellen entsprechen dem Hauptmaximum der Besselfunktion nullter Ordnung. Da deren Wert in diesem Fall Eins ist, gilt für die Intensität an diesen Punkten $I = I_0$. Von den Knotenlinien ausgehend folgt die Intensität dem Quadrat der Besselfunktion J_0 , dessen Verlauf in Abb. 14 dargestellt ist. Da die Besselfunktion nicht streng periodisch verläuft, liegen auch die Maxima und Minima im Gegensatz zum Doppelbelichtungsverfahren nicht streng periodisch. Die Maxima und Minima verbinden Punkte gleicher Amplitude.

Da die Nebenmaxima in ihrer Höhe abnehmen, nimmt auch der Kontrast des Interferenzbildes mit zunehmendem Abstand von den Knotenlinien, d. h. mit zunehmender Schwingungsamplitude der einzelnen Oberflächenpunkte schnell ab.

Um die Schwingungsamplitude an einem bestimmten Punkt der Platte zu ermitteln, geht man folgendermaßen vor:

Man stellt fest, welche Interferenzordnung an dem betreffenden Punkt vorliegt, ermittelt aus dem tabellierten Verlauf der Besselfunktion den entsprechenden Abszissenwert B (notfalls durch Interpolation) und berechnet die Amplitude a aus der Gleichung

$$B = \frac{2\mathbf{p} \cdot a}{d_1} \quad (17)$$

Als Beispiel betrachten wir in Abb. 13 den Punkt in der Mitte des oberen Randes der Platte. Dieser liegt annähernd auf dem 3. Minimum, also bei der Ordnung 2,5. Dieser Ordnung entspricht der Abszissenwert 8,65 der Besselfunktion, der neben den in d_1 enthaltenen

geometrischen Daten der Aufnahmeanordnung in (17) einzusetzen ist, um die Amplitude an dieser Stelle zu berechnen.

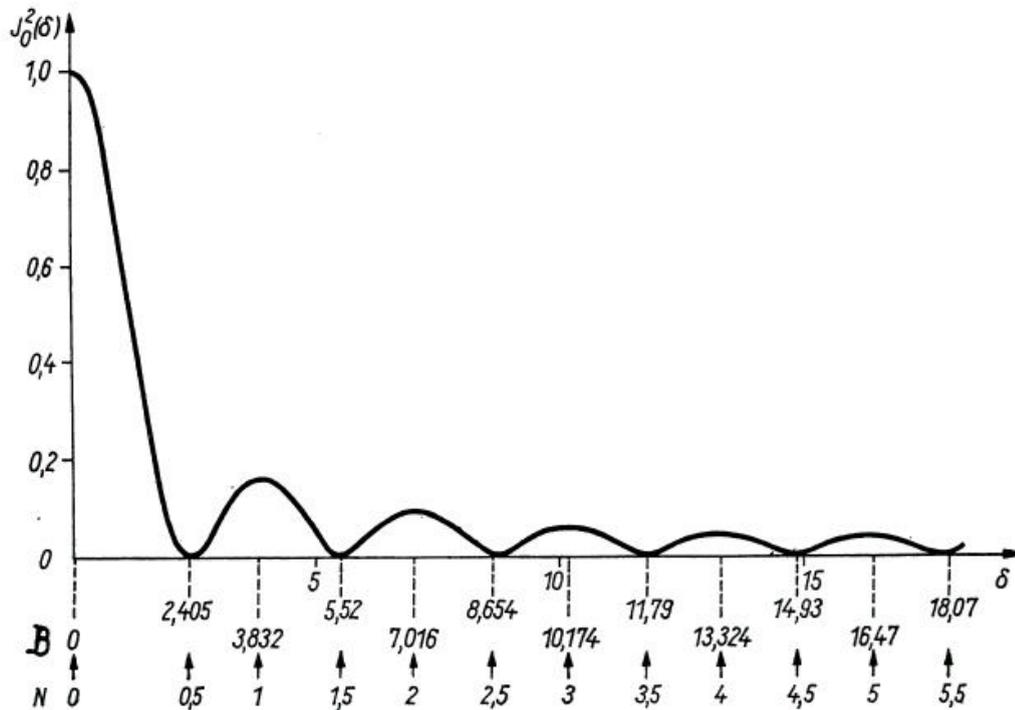


Abb. 14 Verlauf der Funktion $J_0^2(\mathbf{d})$ und Zuordnung der Ordnungszahlen N zu den Abszissenwerten B

Die Abszissenwerte der Besselfunktion sind für die Maxima und Nullstellen bis zur 10. Ordnung in der folgenden Tabelle enthalten.

Abszissenwerte der Maxima und Nullstellen der Funktion $J_0^2(\ddot{a})$:

Ordnung N	Maxima	Nullstellen (Ordnung $N+1/2$)
0	0	2,41
1	3,83	5,52
2	7,02	8,65
3	10,17	11,79
4	13,32	14,93
5	16,47	18,07
6	19,62	21,21
7	22,76	24,35
8	25,90	27,49
9	29,05	30,63
10	32,19	33,78

Literatur:

[1] Wernicke, G. u. Osten, W.: Holografische Interferometrie, Fachbuchverlag Leipzig 1982