



Fakultät für Naturwissenschaften  
Professur Theoretische Physik - Simulation neuer Materialien

## Bachelorarbeit

*Simulation von Halbleiterlasern mittels eines  
Ratengleichungsmodells*

Martin Puschmann

Chemnitz, den 22. August 2011

**Betreuer:** DP Sebastian Imhof  
**Erstgutachter:** Prof. Angela Thränhardt  
**Zweitgutachter:** Prof. Michael Schreiber



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Physikalische Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Halbleiterlaser . . . . .	5
2.1.1	Klassifikation . . . . .	5
2.1.2	Kanten-Emitter . . . . .	6
2.1.3	VCSEL . . . . .	6
2.2	Mikroskopische Modellierung des aktiven Bereichs . . . . .	8
2.2.1	Bandstruktur . . . . .	8
2.2.2	Optische Verstärkung . . . . .	8
2.3	Transfermatrixmethode . . . . .	9
2.3.1	Einzelgrenzfläche . . . . .	9
2.3.2	Multigrenzfläche . . . . .	10
2.3.3	Mittlere Lebenszeit und Confinementfaktor . . . . .	13
2.4	Ratengleichungsmodell . . . . .	14
2.4.1	Strahlungsfeld . . . . .	14
2.4.2	Zwei-Niveaumodell . . . . .	15
2.4.3	Erweitertes Zwei-Niveaumodell . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Berechnung und Simulation</b>	<b>19</b>
3.1	Schichtstrukturanalyse . . . . .	19
3.1.1	$\lambda/4$ -Reflektorstapel . . . . .	19
3.1.2	Schichtsystem mit Resonator . . . . .	22
3.1.3	»VCSEL 1« Struktur . . . . .	24
3.2	Berechnung der optischen Verstärkung . . . . .	27
3.3	Lasersimulation . . . . .	30
3.3.1	Abhängigkeit vom Pumpterm $W_p$ . . . . .	30
3.3.2	Energieabhängigkeit . . . . .	31
3.3.3	Simulation von Störungen der Schichtstruktur . . . . .	33
3.3.4	Simulation der Abhängigkeit von der Paaranzahl der Spiegel . . . . .	35
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>37</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>39</b>





# 1 Einleitung

Die Bedeutung und Verwendungsvielfalt von Leuchtquellen, die auf Halbleitern basieren, sind ein stetig wachsender Markt, welcher neue Entwicklungen fordert. An diesen Punkt knüpft die Simulation an, indem sie versucht möglichst genau das Verhalten der fertiggestellten Einheit anzugeben ohne sie produziert zu haben, um möglichst Kosten und zugleich den Materialverbrauch zu minimieren und somit gleichzeitig besonders selten in der Natur vorkommende Rohstoffe zu schonen.

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Simulation einer speziellen Form von Halbleiterlasern, den VCSEL (stehend für: *Vertical Cavity Surface Emitting Laser*). Der erste VCSEL wurde bereits 1979[2] vorgestellt, jedoch ist ein kontinuierlicher Betrieb bei Raumtemperatur erst im Jahre 1988[3] gelungen, indem die Schwellstromdichte minimiert wurde. Heutzutage hat diese spezielle Art ein breites Anwendungsspektrum gefunden, bei dem es die durch den Aufbau bedingten Vorteile gegenüber einfachen Band-Kanten-Emittern ausspielt. Die

wesentlichsten Vorteile sind dabei die geringen Herstellungskosten, ein vergleichbar geringer Schwellstrom, ein gutes Strahlenprofil und eine damit verbundene hohe Einkoppeleffizienz in Glasfasern. Des Weiteren ist ein Einzelmoden Betrieb möglich und dessen Wellenlänge ist je nach Material und Ausführung über weite Bereiche modellierbar. Die Anwendungen verteilen sich in Bereichen, wie der Telekommunikation, bei der vor allem die Einkoppeleffizienz ausgenutzt wird, um Daten über Glasfaserleitungen auszutauschen. Im Weiteren findet der VCSEL Anwendung im spektroskopischen Bereich, bei dem der Einzelmoden Betrieb ausgenutzt wird, um charakteristische Energieniveaus einzelner Stoffe anzuregen, um mittels einer Absorptionsrate deren Konzentration festzustellen. Der VCSEL findet jedoch auch in Massenanwendungen wie dem Laserdrucker oder auch der Lasermaus Gebrauch, wobei hier die geringen Herstellungskosten und die hohe Effizienz ausgenutzt werden.

Innerhalb dieser Arbeit wird die Vorgehensweise der Simulation eines VCSEL in drei Teilbereiche gegliedert. Im ersten Teil wird die komplette Struktur auf deren optische Eigenschaft hin untersucht. Im zweiten Teil werden die Charakteristika des in der Struktur befindlichen Quantentopfes ermittelt, was mithilfe des Programmes SimuLase™ geschieht. Im letzten Schritt wird dann das zeitliche Verhalten des Lasers unter Verwendung der vorher erhaltenen Ergebnisse untersucht.



**Abb. 1.1:** schematisiertes Abbild eines VCSEL-Bauelements (nach [1])



## 2 Physikalische Grundlagen

In diesem Abschnitt wird auf die zur Simulation verwendeten Grundlagen eingegangen. Beginnend mit dem allgemeinen Aufbau der Struktur wird im Anschluss die Theorie zu den optischen und quantenmechanischen Eigenschaften erläutert. Daran angeschlossen werden die Grundlagen zum Ratengleichungsmodell vorgestellt. Prinzipiell basiert diese Betrachtung auf [4, 5].

### 2.1 Halbleiterlaser

#### 2.1.1 Klassifikation

Im Gegensatz zu Lasern, welche auf einer atomaren bzw. molekularen Basis aufgebaut sind und somit diskrete Energiezustände besitzen, haben Halbleiterlaser zwei quasikontinuierliche Bänder, die an der optischen Verstärkung beteiligt sind. Dabei handelt es sich um das letzte vollständig gefüllte Band, das Valenzband, und das erste vollständig leere Band, das Leitungsband. Beide unterliegen der Fermi-Dirac-Statistik und sind durch die Bandlücke getrennt.

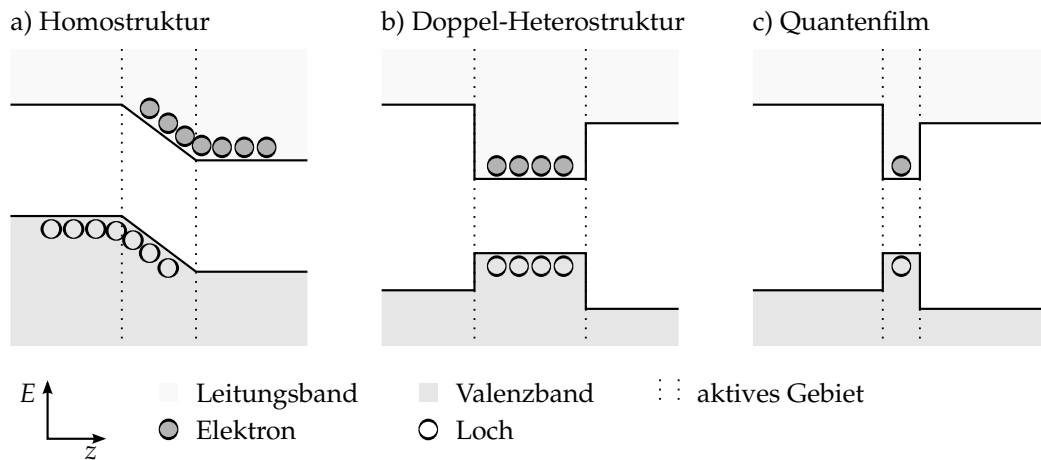
Zur Erzeugung von Photonen kommt es durch die Rekombination von Elektronen aus dem Leitungsband mit Löchern aus dem Valenzband. Allerdings ist für die vorherige Anregung eines Elektrons ein Pumpprozess notwendig, welcher in drei Arten unterschieden wird:

- der Anregung durch optisches Pumpen,
- durch Beschuss mit hochenergetischen Elektronen und
- durch Injektion von Minoritätsladungsträgern.

Bei der Injektion von Minoritätsladungsträgern bedeutet dies einen Spannungsabfall über der Einheit. Damit wird direkt eine elektrische Leistung in eine Strahlungsleistung überführt. Je nach Pumpprozessführung unterscheidet man in zwei prinzipielle Betriebsmodi. Der kontinuierliche Betriebsmodus sorgt nach einer kurzen Anschwingphase für eine konstante Leistungsabgabe. Im Gegensatz dazu ist auch ein gepulster Betrieb möglich, bei dem die Anschwingphase ausgenutzt wird, um für einen kurzen Puls eine sehr hohe Leistungsabgabe zu erzielen.

Ein weiteres Unterscheidungsmerkmal ist der prinzipielle strukturelle Aufbau. Dabei trennt man zwischen Homo- und Heterostruktur, was schematisch in Abb. 2.1 dargestellt ist. Die *Homostruktur* besteht aus einem Material, bei welchem zwei aneinandergrenzende Teilbereiche, eines einer Donatoren- und das andere einer Akzeptoren-Dotierungskonzentration unterliegt, wodurch die Bänder in der p- und n-Region gegeneinander verschoben sind. Wegen des thermischen Gleichgewichts bildet sich ein gemeinsames Fermineau aus. Durch äußere Anregung, zum Beispiel durch eine elektrische Spannung, entsteht nun ein Fluss, welcher die im jeweiligen Bereich vorkommenden Ladungsträger zum schmalen p-n-Übergangsbereich (aktiven Zone) transportiert. Dies hat eine Besetzungsinversion zur Folge und es werden die durchquerenden Photonen verstärkt. Bei der *Heterostruktur* werden hingegen zwei verschiedene Materialien mit unterschiedlicher Bandlücke verwendet und die dadurch entstehende Potentialbarriere verringert die Diffusion der Ladungsträger über die Grenzfläche im Vergleich zu einer homogenen Struktur. Diese Eigenschaft wird in einer *Doppel-Heterostruktur*, bei der eine Schicht mit niedriger Bandkante von zwei Schichten mit höherer Bandkante

umgeben ist, ausgenutzt, um die Elektronen in der aktiven Zone einzusperren. Das führt zu einer Minimierung des notwendigen Schwellpumpstromes und verhindert weiterhin die Absorption außerhalb des aktiven Gebietes. Durch Verringerung der Breite der Schicht mit geringer Bandlücke auf einige Nanometer werden die Energieniveaus diskretisiert. Dieses Schichtsystem nennt man dann *Quantenfilmstruktur*.



**Abb. 2.1:** Schema zur Klassifikation von Bandstrukturen dargestellt über die Wachstumsrichtung  $z$

Des Weiteren unterscheidet man die Laser nach dem Strahlenverlauf bezüglich der Schichtstruktur und trennt sie dementsprechend in *Band-Kanten-Emitter*, welcher senkrecht zur Flächennormalen Licht aussendet, und in *Vertical Cavity Surface Emitting Laser*, welcher in Richtung der Flächennormalen Licht ausstrahlt. Letztere hat den Vorteil, dass kein Astigmatismus auftritt und dass aufgrund geringerer Beugungseffekte die Strahlendivergenz geringer ist.

### 2.1.2 Kanten-Emitter

Ein einfacher Kanten-Emitter besitzt eine Homostruktur und hat somit allein zwei kontinuierliche Bänder zwischen denen der Laserprozess möglich ist. Der Laserresonator wird durch die parallelen Außenflächen gebildet, welche aufgrund des hohen Brechungsindizes der Halbleitermaterialien bereits eine Reflektivität an der Grenzfläche zur Luft von ca. 30 % besitzen. Außenflächen, bei denen der Lichtaustritt nicht erwünscht ist, werden rau gelassen. Aufgrund der Bandstruktur ist eine hohe Schwellstromdichte erforderlich, sodass der Laserprozess im kontinuierlichen Betrieb bei Raumtemperatur nicht möglich ist. Des Weiteren existieren auch Kanten-Emitter, welche auf einer Heterostruktur oder Quantenfilmstruktur aufgebaut sind und somit der Laser bei Raumtemperatur betrieben werden kann. (Überblick in [4])

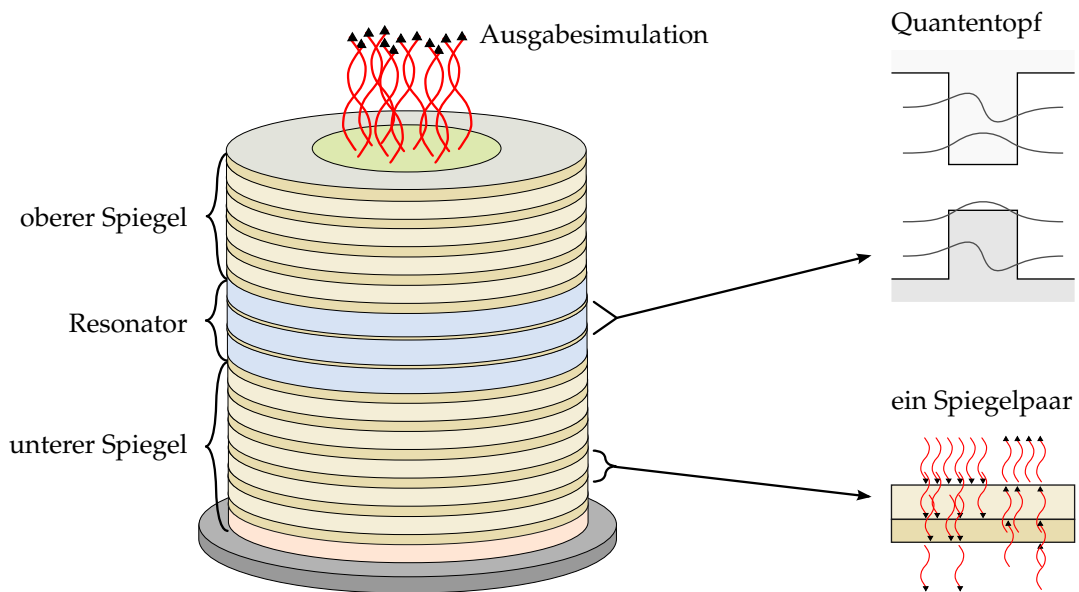
### 2.1.3 VCSEL

Da sich diese Arbeit speziell mit der Simulation von VCSEL beschäftigt, ist eine genaue Beschreibung des Schichtsystems notwendig. Ein VCSEL besteht aus einem oder mehreren Resonatoren, in denen für den Laserbetrieb Quantentöpfe (Quantenfilmstruktur) eingesetzt sind und aus Spiegelschichtenpaaren, welche die nötige Photonendichte erzeugen. Die Spiegel werden zur Longitudinal-Modenselektion aus zwei sich abwechselnden  $\lambda/4$ -starken Schichten mit unterschiedlichen Brechungsindizes aufgebaut, bei der je nach Wellenlänge 30 bis 50 Spiegelpaare verwendet werden.

Das Schichtwachstum erfolgt mithilfe von epitaktischem Wachstum und erfordert eine auf einige Monolagen genaue Herstellung. Für gängige Materialien, wie beispielsweise GaAs

oder A1As, sind die Methoden jedoch weit ausgearbeitet, womit sehr gute Kristalle hergestellt werden können.

Die vollständige Simulation des VCSEL ist analog zum Aufbau (siehe Abb. 2.2) auch konzeptionell trennbar in die Modellierung des aktiven Gebietes, in die optischen Wechselwirkungen mit dem Schichtsystem und in die Betriebssimulation. Die Berechnungen zur Wechselwirkung der Photonen mit dem Quantenfilm erfolgt mithilfe der kommerziellen Software Namens *SimuLase*<sup>TM</sup> von NLCSTR®. Die optischen Eigenschaften der Struktur, wie die transversalen Moden oder die mittlere Lebenszeit, der in der Struktur gefangenen Photonen, erfolgt durch Anwenden der *Transfermatrixtheorie*. Mit den aus beiden Berechnungen gewonnenen nötigen Kenngrößen ist es nun möglich mithilfe eines *Ratengleichungsmodells* den Betrieb des Lasers zu simulieren.

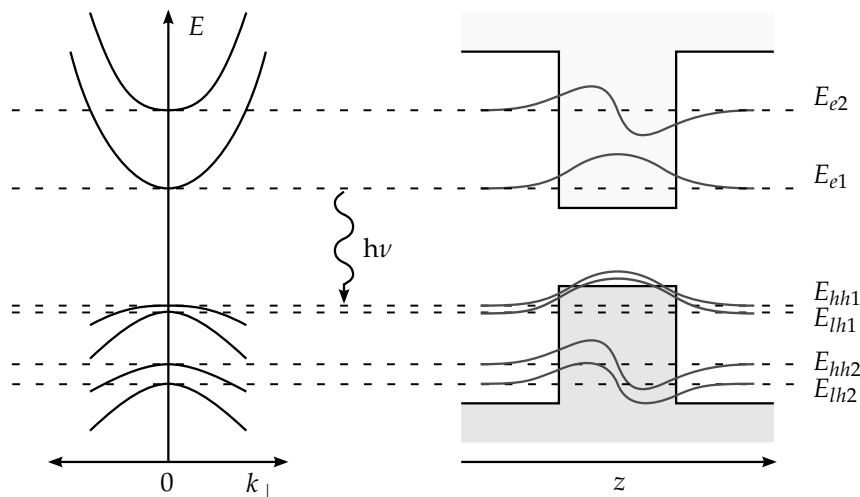


**Abb. 2.2:** Schematische Darstellung zum Aufbau eines VCSEL und zur prinzipiellen Vorgehensweise

## 2.2 Mikroskopische Modellierung des aktiven Bereichs

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Berechnung der Bandstruktur, Wellenfunktion und dem Spektrum der optischen Verstärkung bzw. dem Absorptionsspektrum des aktiven Bereiches, d.h. die nähere Umgebung des Quantentopfes. Da diese Berechnung durch das Programm SimuLase™ ausgeführt wird, stützt der Inhalt auf das Handbuch[6] bzw. auf deren Quellen. Eine allgemeine Darstellung ist in [7] zu finden.

### 2.2.1 Bandstruktur



**Abb. 2.3:** Schematische Darstellung eines optisch-elektronisch aktiven Bereiches (Quantenfilmstruktur) im Impuls-Raum (links) und im Ortsraum (rechts)

Prinzipiell besitzen unterschiedliche Halbleiter eine unterschiedlich große Bandlücke und durch aneinandersetzen der einzelnen Materialien entsteht eine in Abb. 2.3 dargestellte Bandstruktur. Die in dem Kastenpotential entstehenden eingeschlossenen Zustände bzw. deren Wellenfunktionen werden mithilfe des  $8 \times 8 - \mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ -Modells[8] unter Verwendung von wenigen materialspezifischen Parametern berechnet. Bei dieser Methode werden Bandkopplungen, in Form der Spin-Bahn-Wechselwirkung, mit in die Berechnung der Bandstruktur einbezogen.

Aufgrund der unterschiedlichen Bandkrümmungen und die damit verbundenen unterschiedlichen effektiven Massen zwischen *schweren*(*hh*) und *leichten*(*lh*) Löchern wird im Kastenpotential die Entartung aufgehoben.

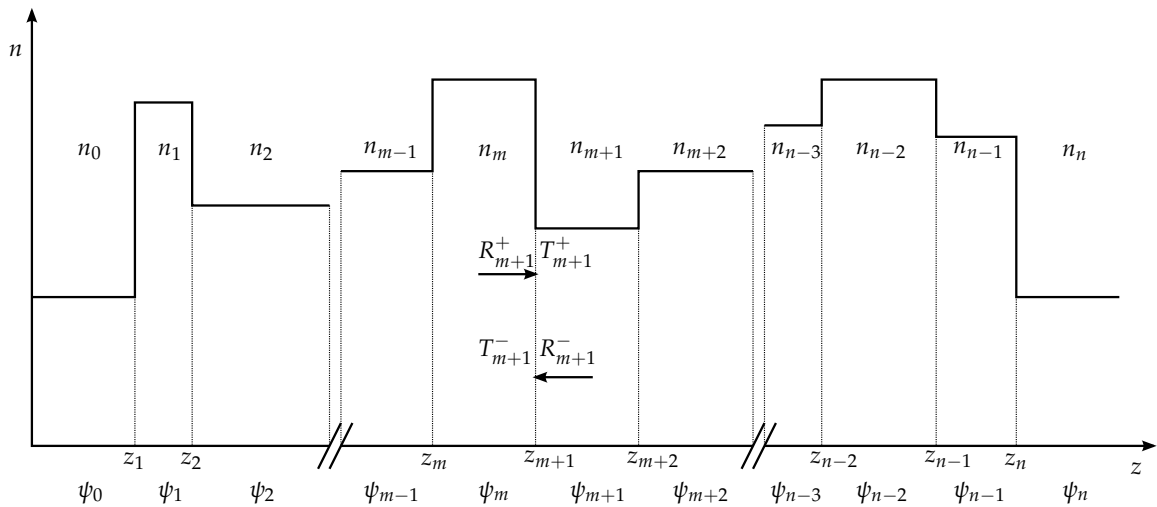
### 2.2.2 Optische Verstärkung

Die berechneten Energiezustände und deren Wellenfunktionen werden verwendet, um die Matrixelemente für die *Halbleiter-Bloch-Gleichungen* zu bilden. Die Halbleiter-Bloch-Gleichungen[7] sind ein partielles Differentialgleichungssystem und beschreiben die zeitliche Änderung der Ladungsträgerdichten für Elektron- und Lochzustände, sowie die komplexen mikroskopischen Polarisierungen, welche durch ein externes Lichtfeld erzeugt werden. Dabei ist die *Absorption* proportional zum Imaginärteil der daraus berechneten makroskopischen Polarisierung[7]. Die *optische Verstärkung*, welche die relative Verstärkung der bereits vorhandenen Photonen angibt, ist die Negation der Absorption. Des Weiteren werden in den Halbleiter-Bloch-Gleichungen mikroskopische Modelle für Streueffekte, wie die *Elektron-Elektron-* oder *Elektron-Phonon-Streuung*, in *zweiter Born-Markov-Näherung* berücksichtigt. Die Herleitung und Diskussion der Streuterme kann [9, 10] entnommen werden.

## 2.3 Transfermatrixmethode

Um einen hohen Anteil von induzierter Emission zu erhalten, benötigt man eine hohe Photodichte im aktiven Medium. Diese wird mittels Reflektoren an den beiden Enden erzeugt. Diese Reflektoren bestehen im Fall des VCSEL aus Schichtabfolgen mit unterschiedlichen Brechungsindizes  $n_m$ , sodass auf beiden Seiten eine möglichst hohe Reflektivität erzielt wird. Die *Transfermatrixmethode* stellt eine Möglichkeit dar, diese effektiv zu berechnen. Aufgrund der Lasergeometrie kann man die Methode dahingehend vereinfachen, dass nur senkrecht auf die Schichtflächen, d.h. in Richtung der Schichtwachstumsrichtung  $z$ , einfallendes Licht, verwendet wird. Die Berechnung basiert auf [11, 12].

### 2.3.1 Einzelgrenzfläche



**Abb. 2.4:** Schema eines verallgemeinerten eindimensionalen Schichtsystems mit den Matrixeinträgen für den Übergang an einer Grenzfläche am Ort  $z_{m+1}$  des Schichtsystems

Das in Abb. 2.4 dargestellte Schichtsystem ist charakterisiert durch die Abfolge von  $n + 1$  Grenzschichten. An einer allgemeinen am Ort  $z_{m+1}$  befindlichen Grenzschicht ändert sich der Brechungsindex von  $n_m$  nach  $n_{m+1}$ . Allgemein erfolgt die Beschreibung mithilfe der Wellenfunktion  $\psi$ , für die zwischen den Barrieren  $z_m$  und  $z_{m+1}$ , getrennt nach rechts- und linkslaufendem Anteil (im Folgenden mit + bzw. – gekennzeichnet), die folgende Beziehung gilt

$$\psi_m = A_m^+ e^{+iqn_m(z-z_m)} + A_m^- e^{-iqn_m(z-z_m)} \quad , \quad z_m < z < z_{m+1} \quad , \quad \forall m \in \{0, 1, \dots, n\} \quad . \quad (2.1)$$

Hierbei ist  $q$  die Wellenzahl des Lichtes auf das Vakuum bezogen, sodass mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c$ , der Kreisfrequenz des Lichtes  $\omega$  und dem Planck'schen Wirkungsquantum  $h = 2\pi\hbar$  gilt

$$E = \hbar\omega = \hbar \frac{c}{n_m(E)} n_m(E) q \quad . \quad (2.2)$$

Im Allgemeinen muss die Dispersionsabhängigkeit des Brechungsindex berücksichtigt werden. Die in Abb. 2.4 abgebildeten Größen  $R_{m+1}^\pm$  bzw.  $T_{m+1}^\pm$  beschreiben die Reflektions- bzw. Transmissionsrate durch die Einzel-Grenzschicht  $z_{m+1}$  für senkrecht einfallendes Licht. Diese Größen ergeben sich durch die Stetigkeit der Funktion  $\varphi(z)$  und deren erste Ableitung am Ort  $z_{m+1}$  und sind zurückzuführen auf den in der Elektrostatik vorkommenden Grenzfall für das Verhalten des elektrischen Feldes an Grenzflächen. Für die von links einfallende Welle

gilt somit:

$$\varphi_m|_{z_{m+1}} = e^{iqn_m z_{m+1}} + R_{m+1}^+ e^{-iqn_m z_{m+1}} = \varphi_{m+1}|_{z_{m+1}} = T_{m+1}^+ e^{iqn_{m+1} z_{m+1}} , \quad (2.3)$$

$$\left. \frac{d\varphi_m}{dz} \right|_{z_{m+1}} = iqn_m e^{iqn_m z_{m+1}} - iqn_m R_{m+1}^+ e^{-iqn_m z_{m+1}} = \left. \frac{d\varphi_{m+1}}{dz} \right|_{z_{m+1}} = iqn_{m+1} T_{m+1}^+ e^{iqn_{m+1} z_{m+1}} . \quad (2.4)$$

Stellt man die gleiche Beziehung analog noch für eine von rechts einfallende Welle auf, so ergeben sich die Koeffizienten

$$R_{m+1}^+ = \frac{n_m - n_{m+1}}{n_m + n_{m+1}} e^{iq2n_m z_{m+1}} , \quad T_{m+1}^+ = \frac{2n_m}{n_m + n_{m+1}} e^{iq(n_m - n_{m+1})z_{m+1}} , \quad (2.5)$$

$$R_{m+1}^- = \frac{n_{m+1} - n_m}{n_m + n_{m+1}} e^{-iq2n_{m+1} z_{m+1}} , \quad T_{m+1}^- = \frac{2n_{m+1}}{n_m + n_{m+1}} e^{iq(n_m - n_{m+1})z_{m+1}} . \quad (2.6)$$

Für ein Schichtsystem mit nur einer Grenzfläche kann man die Phase auf 0 setzen, da daraus keine physikalisch bedeutsame Änderung hervorgeht.

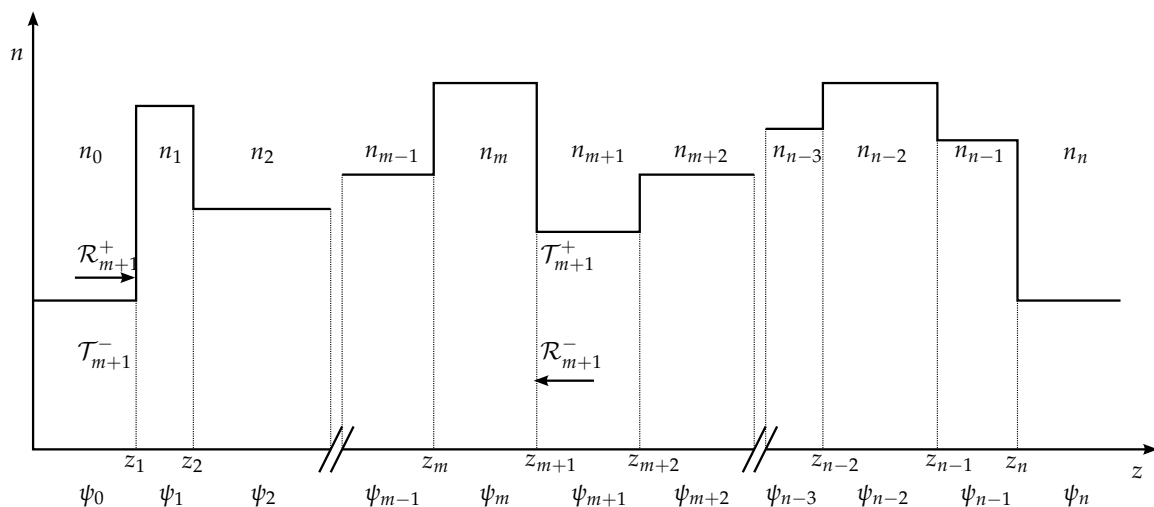
Stellt man die Stetigkeitsbedingung und die Stetigkeit der ersten Ableitung an die Wellenfunktion  $\psi(z)$ , so folgt daraus die Transfermatrix von einer Schicht zur nächsten, wobei diese prinzipiell zu steigenden Indizes hin aufgestellt ist. Damit ergibt sich die Darstellung

$$\begin{pmatrix} A_{m+1}^+ \\ A_{m+1}^- \end{pmatrix} = \frac{1}{T_{m+1}^-} \underbrace{\begin{pmatrix} (T_{m+1}^+ T_{m+1}^- - R_{m+1}^+ R_{m+1}^-) e^{\alpha_m} & R_{m+1}^- e^{-\alpha_m} \\ -R_{m+1}^+ e^{\alpha_m} & e^{-\alpha_m} \end{pmatrix}}_{M_{m+1}} \begin{pmatrix} A_m^+ \\ A_m^- \end{pmatrix} , \quad (2.7)$$

$$\alpha_m = ig n_m (z_{m+1} - z_m) . \quad (2.8)$$

Die Transfermatrix  $M_{m+1}$  transformiert die Modenkoeffizienten  $A_m^\pm$  der aktuellen Schicht  $m$  auf die der angrenzenden Schicht  $m+1$  mit den Koeffizienten  $A_{m+1}^\pm$ .

### 2.3.2 Multigrenzfläche



**Abb. 2.5:** Schema eines verallgemeinerten eindimensionalen Schichtsystems mit den Matrixeinträgen für den Übergang über mehrere Grenzflächen zwischen den Orten  $z_1$  und  $z_{m+1}$  des Schichtsystems



Diese für eine beliebige Grenzfläche aufgestellte Transfermatrix (Gl. (2.7)) lässt sich auf eine Multischicht erweitern, indem die einzelnen Matrizen über alle Grenzflächen innerhalb dieser Multischicht aufmultipliziert werden. Somit kann man die Koeffizienten der Lichtwelle für die Schicht  $m + 1$ , ausgehend von der Ausgangsschicht mit Index 0, berechnen, sodass sich

$$\begin{pmatrix} A_{m+1}^+ \\ A_{m+1}^- \end{pmatrix} = M_{m+1} M_m \dots M_2 M_1 \begin{pmatrix} A_0^+ \\ A_0^- \end{pmatrix} = \left[ \prod_{k=1}^{m+1} M_k \right] \begin{pmatrix} A_0^+ \\ A_0^- \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

ergibt. Mit dieser Vorgehensweise lässt sich nun die Reflektivität und das Transmissionsverhalten des Schichtensystemes vollständig beschreiben. Im Folgenden wird die entstehende Gesamt-Transfermatrix mit

$$\left[ \prod_{k=1}^{m+1} M_k \right] = \mathcal{M}_{m+1} \quad (2.10)$$

bezeichnet. Dabei lässt sich die Gesamtmatrix  $\mathcal{M}_{m+1}$  in folgender Struktur darstellen

$$\mathcal{M}_{m+1} = \frac{1}{\mathcal{T}_{m+1}^+} \begin{pmatrix} \mathcal{T}_{m+1}^+ \mathcal{T}_{m+1}^- - \mathcal{R}_{m+1}^+ \mathcal{R}_{m+1}^- & \mathcal{R}_{m+1}^- \\ -\mathcal{R}_{m+1}^+ & 1 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

und erfüllt die Eigenschaften

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= M_1 \quad , \\ \mathcal{M}_{m+1} &= M_{m+1} \mathcal{M}_m \quad . \end{aligned}$$

Die in der Matrix  $\mathcal{M}_{m+1}$  auftauchenden Variablen sind sinnbildlich in Abb. 2.5 dargestellt.

Für eine analytische Betrachtung beziehungsweise zur Verständnisbildung der Bedeutung des Ansatzes einer weiteren Schicht ist zunächst eine genauere Betrachtung der mit dem Hinzufügen einer Schicht anwachsenden Möglichkeit von unterschiedlichen Lichtwegen notwendig. Ausgehend von der Annahme, dass vor dem Hinzufügen einer neuen Schicht alle Lichtwege berücksichtigt worden sind, ergibt sich für die neu hinzugefügte Schicht der folgende Ausdruck („Schleifenfaktor“) für die neuen Laufwege:

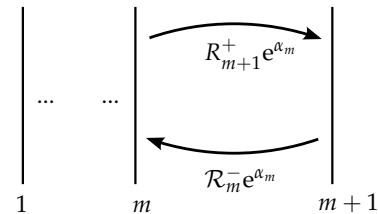
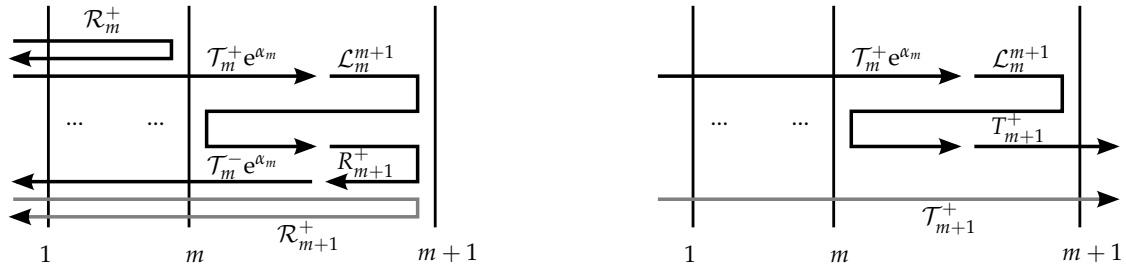


Abb. 2.6: schematische Darstellung der Schleife in der Schicht  $m$

$$\mathcal{L}_m^{m+1} = \sum_{k=0}^{\infty} \left( e^{iq2n_m(z_{m+1}-z_m)} R_{m+1}^+ \mathcal{R}_m^- \right)^k = \frac{1}{1 - e^{iq2n_m(z_{m+1}-z_m)} R_{m+1}^+ \mathcal{R}_m^-} \quad (2.12)$$

Hiermit ist es nun möglich, die Gesamtreflektivitäten und Gesamttransmitivitäten zu berechnen.

Für den nach rechts laufenden Wellenanteil entsteht an der Grenzfläche  $m + 1$  die Gesamtreflektivität  $\mathcal{R}_{m+1}^+$  durch die Gesamtreflektivität  $\mathcal{R}_m^+$  an der Grenzfläche  $m$ . Dies wird addiert um einen Summanden, welcher die Veränderung durch die nachfolgende Schicht beschreibt und gebildet wird aus dem Produkt von der Gesamttransmitivität  $\mathcal{T}_m^+$  an der Grenzfläche  $m$ , den Schleifenfaktor  $\mathcal{L}_m^{m+1}$ , der Einzelreflektivität  $R_{m+1}^+$  an der Fläche  $z_{m+1}$ , der Gesamttransmitivität  $\mathcal{T}_m^-$  von der Schicht  $m$  bis zur Ausgangsschicht 0 und einem Faktor  $e^{2\alpha_m}$ , welcher die vom Schleifenfaktor nicht berücksichtigte Phasenverschiebung beschreibt. Somit gilt



**Abb. 2.7:** Schematische Darstellung zur Berechnung der Gesamtrefektivität bzw. Gesamttransmitivität für den nach rechts laufenden Wellenanteil (hierbei ist der graue Pfeil die gewünschte Größe, welche sich aus den schwarz gezeichneten Pfeilen ergibt)

schließlich

$$\mathcal{R}_{m+1}^+ = \mathcal{R}_m^+ + \mathcal{T}_m^+ \mathcal{L}_m^{m+1} \mathcal{R}_{m+1}^+ \mathcal{T}_m^- e^{iq2n_m(z_{m+1}-z_m)} \quad . \quad (2.13)$$

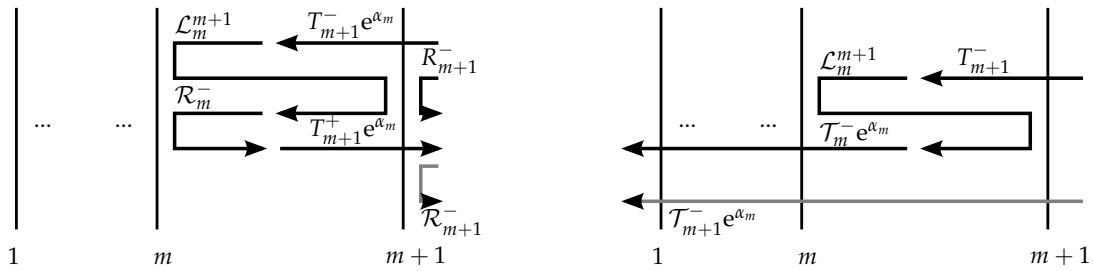
Die Gesamttransmitivität  $\mathcal{T}_{m+1}^+$  an der Grenzfläche  $m+1$  für den nach recht laufenden Wellenanteil ergibt sich aus dem Produkt von der Gesamttransmitivität  $\mathcal{T}_m^+$  an der Fläche  $m$ , dem Schleifenfaktor  $\mathcal{L}_m^{m+1}$ , der Phasenverschiebung  $e^{\alpha_m}$  und der Einzeltransmission  $T_{m+1}^+$  durch die Grenzfläche  $m+1$  und es folgt

$$\mathcal{T}_{m+1}^+ = \mathcal{T}_m^+ \mathcal{L}_m^{m+1} T_{m+1}^+ e^{iqn_m(z_{m+1}-z_m)} \quad . \quad (2.14)$$

In analoger Weise ergibt sich der linkslaufende Wellenanteil, dessen Berechnungsvorschrift in Abb. 2.8 dargestellt ist, zu

$$\mathcal{R}_{m+1}^- = \mathcal{R}_{m+1}^- + \mathcal{T}_{m+1}^- \mathcal{L}_m^{m+1} \mathcal{R}_m^- \mathcal{T}_{m+1}^+ e^{iq2n_m(z_{m+1}-z_m)} \quad , \quad (2.15)$$

$$\mathcal{T}_{m+1}^- = T_{m+1}^- \mathcal{L}_m^{m+1} \mathcal{T}_m^- e^{iqn_m(z_{m+1}-z_m)} \quad . \quad (2.16)$$



**Abb. 2.8:** Schematische Darstellung zur Berechnung der Gesamtrefektivität bzw. Gesamttransmitivität für den nach links laufenden Wellenanteil (hierbei ist der graue Pfeil die gewünschte Größe, welche sich aus den schwarz gezeichneten Pfeilen ergibt)

Aus der berechneten Matrix  $\mathcal{M}_n$  für die gesamte Schichtstruktur kann man die Reflektivitäten und Transmitivitäten über

$$\mathcal{R}^+ = -\frac{\mathcal{M}_{n,(2,1)}}{\mathcal{M}_{n,(2,2)}} \quad , \quad \mathcal{T}^+ = \frac{|\mathcal{M}_n|}{\mathcal{M}_{n,(2,2)}} \quad , \quad (2.17)$$

$$\mathcal{R}^- = \frac{\mathcal{M}_{n,(1,2)}}{\mathcal{M}_{n,(2,2)}} \quad , \quad \mathcal{T}^- = \frac{1}{\mathcal{M}_{n,(2,2)}} \quad (2.18)$$

berechnen. Bezieht man die Reflektivität bzw. Transmitivität auf die Intensität, so müssen diese quadriert und die eventuell unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten berücksichtigt werden.

Zur Berechnung der Koeffizienten der Wellenfunktion für jede einzelne Schicht muss man die Anfangsbedingung wählen. Dies bedeutet, dass aufgrund der Richtungsbevorzugung in der Beschreibung die Koeffizienten der Wellenfunktion in der Schicht mit Index 0 gewählt werden müssen.

Eine zu steigenden Indizes sich hin entwickelnde Welle stellt somit kein Problem dar. Für eine zu fallenden Indizes sich ausbreitende Lichtwelle müsste der ganze Formalismus in analoger Form nochmals entwickelt werden. Wesentlich geschickter ist es jedoch, die Anfangsbedingung mittels der bereits erlangten Erkenntnisse von der rechten Seite auf die linke zu transformieren und damit die bereits entwickelten Gleichungen zu verwenden. Für den späteren Vergleich stellt es sich als geschickt heraus, bereits die Anfangsbedingung so zu wählen, dass sie einer konstanten Bestrahlung entsprechen, d.h. dass auf der bestrahlten Seite der Koeffizient, aus der die Quelllichtwelle kommt, als konstant gewählt wird (hier: 1).

Somit ergibt sich für eine sich nach rechts ausbreitende Welle

$$\begin{pmatrix} A_0^+ \\ A_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \mathcal{T}_n^- \end{pmatrix} , \quad (2.19)$$

und für eine nach links ausbreitende Welle

$$\begin{pmatrix} A_0^+ \\ A_0^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \mathcal{R}_n^+ \end{pmatrix} . \quad (2.20)$$

Hiermit ist es nun möglich für verschiedene Photonenenergien die Intensitätsverteilung innerhalb der Struktur vergleichen zu können. Dies ist allerdings nur möglich, da diese Methode keine zeitliche Entwicklung berücksichtigt, d.h. die Entwicklung nach vergleichbar unendlich langer Zeit angibt. Aufgrund der hohen Lichtgeschwindigkeit und der geringen Schichtdicken stellt sich genähert diese Verteilung relativ schnell ein.

### 2.3.3 Mittlere Lebenszeit und Confinementfaktor

Für die Beschreibung der Struktur im Ratengleichungsmodell ist die Reflektivität als beschreibende Größe für den strukturellen Aufbau nicht ausreichend. Notwendig ist eine Relaxationszeit, welche das Auskoppeln der Lichtwelle aus der Struktur beschreibt, das heißt die mittlere Lebensdauer einer Mode innerhalb des Schichtsystemes. Wie oben bereits erwähnt, gibt es im Allgemeinen unendlich viele Möglichkeiten der Reflexion innerhalb der Struktur, was eine genaue Wegverfolgung unmöglich macht. Allerdings liefert der Transfermatrixalgorithmus eine statische Intensitätsverteilung des Lichtes innerhalb der Struktur, welche direkt auf Reflektivitätseigenschaften zurückzuführen ist. Die *mittlere Lebenszeit einer Mode* ergibt sich demnach aus:

$$t_{dwell} = \frac{1}{c |\psi_S|^2} \int_{\text{Bereich}} n |\psi|^2 dz . \quad (2.21)$$

Hierbei hat  $|\psi_S|^2$  die Bedeutung der Intensität der einfallenden Lichtwelle. Unter den oberen Anfangsbedingungen ist die Normierung bereits erfüllt und es gilt  $|\psi_S| = 1$ .

Anschaulich kann man sich die Formel vorstellen, in dem man von einem Extremfall ausgeht. Stellt man sich eine Schicht der Länge  $l$  mit konstantem Brechungsindex vor, so kürzt sich das  $|\psi_S|$  mit  $|\psi|$  und es folgt

$$\int_{\text{Bereich}} n dz = nl , \quad (2.22)$$

womit die Zeit auf einen Weg-Geschwindigkeitsquotienten (unter Berücksichtigung der Gruppengeschwindigkeit der Lichtwelle innerhalb des Mediums) zurückgeführt ist. Erweitert man diese Vorstellung auf stückweise konstante Bereiche, so ergibt dies eine Aufsummation über die effektiven optischen Weglängen einer jeden Schicht geteilt durch die Lichtgeschwindigkeit  $c$ .

Eine weitere für die Simulation notwendige Größe ist der *Confinementfaktor*  $\Gamma$  (engl. für Einschluss), welcher den Anteil des Lichtes innerhalb eines bestimmten Bereiches der Struktur gegenüber der Gesamtstruktur angibt. So ergibt sich

$$\Gamma_{\text{Bereich}} = \frac{\int_{\text{Bereich}} |\psi|^2 dz}{\int_{\text{Struktur}} |\psi|^2 dz} . \quad (2.23)$$

Im Allgemeinen ist sowohl die mittlere Modenlebensdauer als auch der Confinementfaktor von der Energie als auch von der Richtung des einfallenden Lichtes abhängig.

## 2.4 Ratengleichungsmodell

Das Ratengleichungsmodell ist ein System von nichtlinearen Differentialgleichungen, mit denen man die Ausgabe des Lasers simulieren kann. Dieses System beinhaltet schließlich alle Informationen über die Struktur- und die Materialeigenschaften. Dieses Modell baut auf der Wechselwirkung von elektromagnetischer Strahlung mit einem atomaren System auf, wobei die Strahlung als Strahlungsfeld beschrieben wird. Die Herleitung basiert auf [4].

### 2.4.1 Strahlungsfeld

Für die Beschreibung bietet es sich an, die spektrale Energiedichte  $u(\nu)$  im Frequenzintervall  $(\nu, \nu + d\nu)$  als Darstellung zu wählen, welche sich als Produkt aus der Zustandsdichte der Strahlung  $Z(\nu)$ , der Photonenanzahl  $n(\nu)$  und der Photonenenergie  $E(\nu)$  ergibt, sodass gilt

$$u(\nu)d\nu = n(\nu)Z(\nu)E(\nu)d\nu . \quad (2.24)$$

Die Energie ist gegeben durch

$$E(\nu) = h\nu . \quad (2.25)$$

Unter der Annahme eines thermodynamischen Gleichgewichts ist die Anzahl der Photonen innerhalb eines Körpers mit der Temperatur  $T$  gegeben über die *Bose-Einstein-Verteilung* mit

$$n(\nu, T) = \frac{1}{e^{\beta h\nu} - 1} , \quad \beta = \frac{1}{k_B T} . \quad (2.26)$$

Die Modendichte  $Z(\nu)$  ergibt sich für große Hohlräume zu

$$Z(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} , \quad (2.27)$$

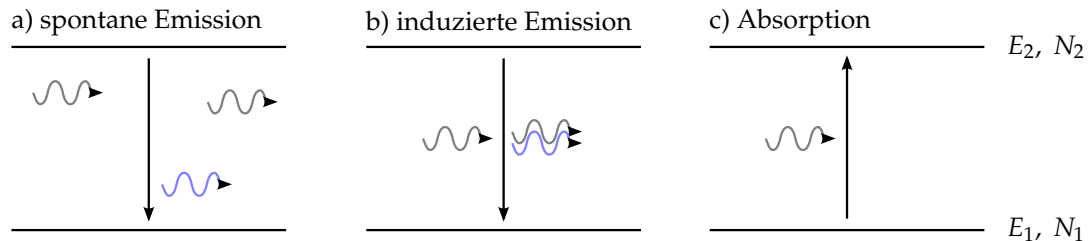
sodass sich schließlich das *Plancksche Strahlungsgesetz*, eine thermische Gleichgewichtsstrahlung, ergibt und dargestellt ist durch

$$u(\nu)d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\beta h\nu} - 1} d\nu . \quad (2.28)$$

### 2.4.2 Zwei-Niveaumodell

Ausgangspunkt ist ein Ensemble von gleichartigen Einheiten mit jeweils zwei Zuständen, sodass insgesamt  $N_1$  Einheiten in einem Zustand 1 mit der Energie  $E_1$  und  $N_2$  Einheiten in einem Zustand 2 mit der Energie  $E_2 > E_1$  befinden. Des Weiteren werden mögliche Entartungsgrade  $g_1$  bzw.  $g_2$  zu den Zuständen 1 bzw. 2 berücksichtigt.

Nun lässt sich die Wechselwirkung des Strahlungsfeldes mit diesem System durch drei elementare Prozesse beschreiben.



**Abb. 2.9:** Schematische Darstellung der Wechselwirkung in einem Strahlungsfeld in einem Zwei-Niveau-System.

Die Beschreibung der Übergangsraten erfolgt mithilfe der *Einsteinkoeffizienten*  $A$  und  $B$ . Ein Prozess ist die *spontane Emission* und beschreibt den Übergang aus dem angeregten Zustand 2 in den Grundzustand 1 ohne äußere Einflüsse, sodass im Zeitintervall  $dt$  eine Übergangswahrscheinlichkeit  $dp_{21}$  existiert und somit  $dN_{21}$  Einheiten vom Zustand 2 nach 1 übergehen. Dieser Effekt lässt sich erst mithilfe der Quantenelektrodynamik befriedigend erklären. Die Abstrahlung erfolgt in einem beliebigen Raumwinkel zu einer beliebigen Zeit. Somit gilt

$$\begin{aligned} dp_{21}|_{sp} &= A_{21} dt \quad , \quad A_{21} = \tau_{sp}^{-1} \quad , \\ dN_{21}|_{sp} &= N_2 dp_{21}|_{sp} = N_2 A_{21} dt \quad . \end{aligned} \quad (2.29)$$

Die *induzierte Emission* beschreibt ebenfalls den Übergang vom angeregten Zustand in den Grundzustand, wird jedoch von einem bereits vorhanden Photon ausgelöst und hängt somit von der Strahlungsdichte  $u$  ab. Die Abstrahlung erfolgt richtungs- und phasengleich zu dem auslösenden Photon und wird wie folgt beschrieben

$$\begin{aligned} dp_{21}|_{ind} &= u(\nu) B_{21} dt \quad , \\ dN_{21}|_{ind} &= N_2 dp_{21}|_{ind} = N_2 u(\nu) B_{21} dt \quad . \end{aligned} \quad (2.30)$$

Korrespondierend zu diesem Prozess existiert auch noch die Umkehrung, die *Absorption*. Für welche gilt

$$\begin{aligned} dp_{12}|_{ind} &= u(\nu) B_{12} dt \quad , \\ dN_{12}|_{ind} &= N_1 dp_{12}|_{ind} = N_1 u(\nu) B_{12} dt \quad . \end{aligned} \quad (2.31)$$

Zusammengefasst gilt für den Zustand 1 bzw. 2 die Bilanz

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} = u(\nu) (B_{12}N_1 - B_{21}N_2) - A_{21}N_2 \quad . \quad (2.32)$$

Der Zusammenhang zwischen den Einsteinkoeffizienten lässt sich aus einer quantenmechanischen Betrachtung herleiten. Allerdings gilt dies auch für einen Spezialfall, der thermischen Gleichgewichtsstrahlung. Dabei ist die Zahl der Einheiten in einem Zustand konstant und

unterliegt der *Boltzmann-Verteilung*. Somit gilt:

$$N_2 A_{21} = N_2 \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\beta h\nu} - 1} \left( B_{12} \frac{g_1}{g_2} e^{\beta h\nu} - B_{21} \right) . \quad (2.33)$$

Da die gewünschte Beziehung von der Temperatur  $T$  unabhängig ist, muss gelten  $g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$  und weiter folgt:

$$A_{21} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{21} . \quad (2.34)$$

Aus obiger Betrachtung folgt für die Besetzungszahländerung und die mit jedem Prozess verbundene Photonenanzahländerung  $dN_{ph}$

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_{ph}}{dt} = -A_{21}N_2 - u(\nu)B_{21} \left( N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1 \right) . \quad (2.35)$$

Für eine induzierte Verstärkung ist eine Besetzungsinversion notwendig, d.h.

$$\frac{N_2}{g_2} > \frac{N_1}{g_1} . \quad (2.36)$$

Somit ist verständlich, dass dies im thermodynamischen Gleichgewicht nicht möglich ist und dies dementsprechend gestört werden muss.

Modifiziert man die Änderung der Photonen um einen Term, welcher die Auskopplung eines Teils der Lichtwelle beschreibt, so gilt mit Gl. (2.21)

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{dN_1}{dt} = -t_{sp}^{-1}N_2 - u(\nu)B_{21} \left( N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1 \right) , \quad (2.37)$$

$$\frac{dN_{ph}}{dt} = t_{sp}^{-1}N_2 + u(\nu)B_{21} \left( N_2 - \frac{g_2}{g_1}N_1 \right) - t_{dwell}^{-1}N_{ph} . \quad (2.38)$$

Des Weiteren bietet es sich an, zu Dichten überzugehen, wobei berücksichtigt werden muss, dass das Reservoir der Ladungsträger sich auf das Volumen des Quantentopfes (QT) bezieht, während die Photonen sich mit unterschiedlicher Dichte in der gesamten Struktur (Str) aufhalten.

$$N_2 = \int_{QT} n_2 dV , \quad N_1 = \int_{QT} n_1 dV , \quad N_{ph} = \int_{Str} \rho dV . \quad (2.39)$$

In das Ratengleichungssystem eingesetzt und um eine produktive Eins erweitert gilt

$$\frac{d}{dt} \int_{QT} n_2 dV = -\frac{d}{dt} \int_{QT} n_1 dV = \int_{QT} \left[ -t_{sp}^{-1}n_2 - u(\nu)B_{21} \left( n_2 - \frac{g_2}{g_1}n_1 \right) \right] dV , \quad (2.40)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{QT} \rho \frac{\int_{Str} \rho dV}{\int_{QT} \rho dV} dV = \int_{QT} \left[ t_{sp}^{-1}n_2 + u(\nu)B_{21} \left( n_2 - \frac{g_2}{g_1}n_1 \right) - t_{dwell}^{-1} \frac{\int_{Str} \rho dV}{\int_{QT} \rho dV} \right] dV . \quad (2.41)$$

Unter Vernachlässigung verschiedener auftretender transversaler Moden, wie auch beim Transfermatrix-Algorithmus angewendet, gilt unter Zuhilfenahme von Gl. (2.23) und dem

Einsetzen des Strahlungsfeldes  $u(\nu) = h\nu\rho$

$$\frac{dn_2}{dt} = -\frac{dn_1}{dt} = -t_{sp}^{-1}n_2 - u(\nu)B_{21} \left( n_2 - \frac{g_2}{g_1}n_1 \right) , \quad (2.42)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \Gamma t_{sp}^{-1}n_2 + \Gamma h\nu\rho B_{21} \left( n_2 - \frac{g_2}{g_1}n_1 \right) - t_{dwell}^{-1}\rho . \quad (2.43)$$

Somit hat das  $\rho$  in Gl. (2.43) die Bedeutung der Photonendichte innerhalb des Quantentopfes und durch Multiplikation mit dem Confinementfaktor wird dies zur mittleren Dichte über die gesamte Struktur modifiziert.

Mit Einführung der optischen Verstärkung  $G$ , welche die durch induzierte Prozesse verursachte relative Verstärkung der bereits vorhanden Photonen angeben soll, gilt mit der Gruppengeschwindigkeit  $v_{Gr}$  der sich im Quantentopf befindlichen Photonen

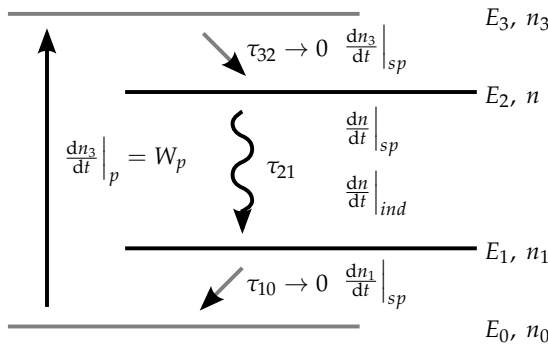
$$G = \frac{1}{\Gamma\rho} \left. \frac{d\rho}{dz} \right|_{ind} = \frac{1}{\Gamma\rho} \frac{dt}{dz} \left. \frac{d\rho}{dt} \right|_{ind} = \frac{1}{\Gamma v_{Gr}\rho} \left. \frac{d\rho}{dt} \right|_{ind} , \quad (2.44)$$

und es folgt für das Ratenmodell

$$\frac{dn_2}{dt} = -\frac{dn_1}{dt} = -t_{sp}^{-1}n_2 - v_{Gr}G\rho , \quad (2.45)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \Gamma t_{sp}^{-1}n_2 + \Gamma v_{Gr}G\rho - t_{dwell}^{-1}\rho . \quad (2.46)$$

### 2.4.3 Erweitertes Zwei-Niveaumodell



**Abb. 2.10**

Erweitertes Zwei-Niveaumodell auf Grundlage eines Vier-Niveaumodells bei dem  $N_3$  und  $N_1$  nahezu unbesetzt ist

In einer weiteren Betrachtung wird aufgrund des zu simulierenden Systems das Modell modifiziert, indem sowohl ein höher als auch ein tiefer liegendes Niveau hinzugefügt wird, sodass es sich jetzt um ein Vier-Niveausystem handelt. Jedoch verringern sich die dadurch erzeugten Veränderungen durch die Annahmen, dass die Übergänge von  $E_3$  zu  $E_2$  und von  $E_1$  zu  $E_0$  nicht strahlend sind und die Änderung in sehr kurzen Zeiträumen geschieht, sodass die Zustände  $E_3$  und  $E_1$  genähert unbesetzt sind und man das System als Erweitertes Zwei-Niveaumodell betrachten kann. Des Weiteren bewirkt ein Pumpprozess  $W_p$  die Anhebung der Elektronen vom Grundzustand in das oberste Niveau. Somit gilt unter Modifizierung der oberen Gleichung

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= W_p - t_{sp}^{-1}n - v_{Gr}G(n)\rho , \\ \frac{d\rho}{dt} &= \Gamma t_{sp}^{-1}n + \Gamma v_{Gr}G(n)\rho - t_{dwell}^{-1}\rho . \end{aligned} \quad (2.47)$$

Ausgehend von dem Summanden, welcher die Auskopplung aus der Struktur beschreibt,

lässt sich die *Ausgangsleistungsdichte* definieren zu

$$p_{out} = \frac{h\nu}{t_{dwell}\Gamma} \rho \quad . \quad (2.48)$$

Mit dem Gleichungssystem (2.47) und der Gl. (2.48) ist die Beschreibung des Lasers möglich.



## 3 Berechnung und Simulation

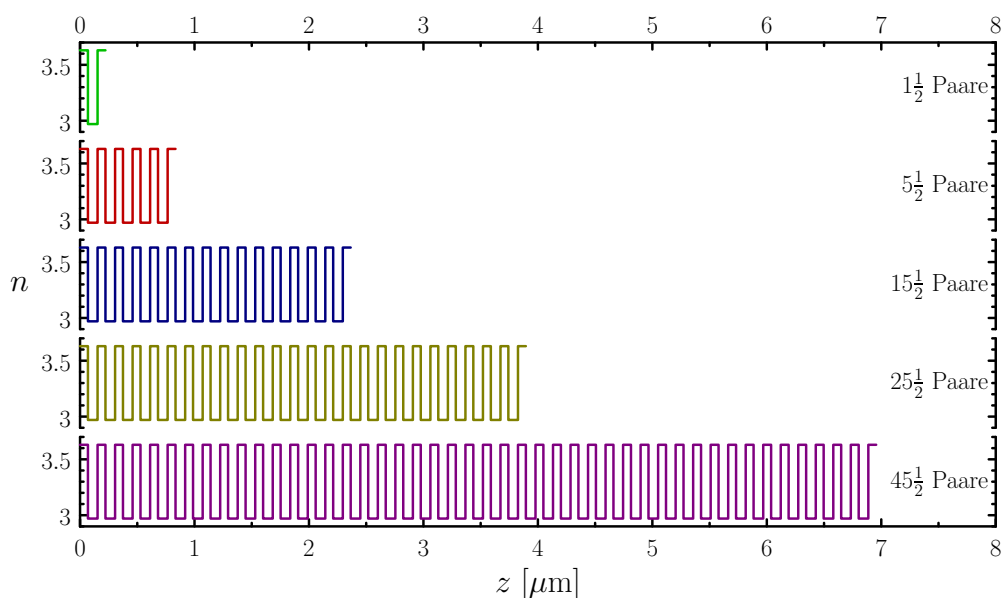
### 3.1 Schichtstrukturanalyse

Bei der Schichtstrukturanalyse wird mit Hilfe der Transfermatrixmethode das Zusammenwirken der einzelnen Schichten im Hinblick auf die optischen Eigenschaften der Struktur untersucht. Im Folgenden wird unter Verwendung von ausgewählten Beispielen der Sinn und Zweck der schließlich in der Lasersimulation verwendeten Struktur erläutert.

#### 3.1.1 $\lambda/4$ -Reflektorstapel

In diesem Abschnitt wird eine einfache Abfolge von  $\lambda/4$ -Schicht-Paaren untersucht, wobei jedes Paar aus einer GaAs- ( $n = 3.63$ ) und einer AlAs-Schicht ( $n = 2.97$ ) besteht und jede Schicht eine Stärke von  $\lambda/4$  hat. Für eine auf eine Vakuumwellenlänge  $\lambda_0$  konzipierte Struktur bedeutet dies, dass jede Schicht eine Schichtdicke von  $\lambda_0/4n$  besitzt.

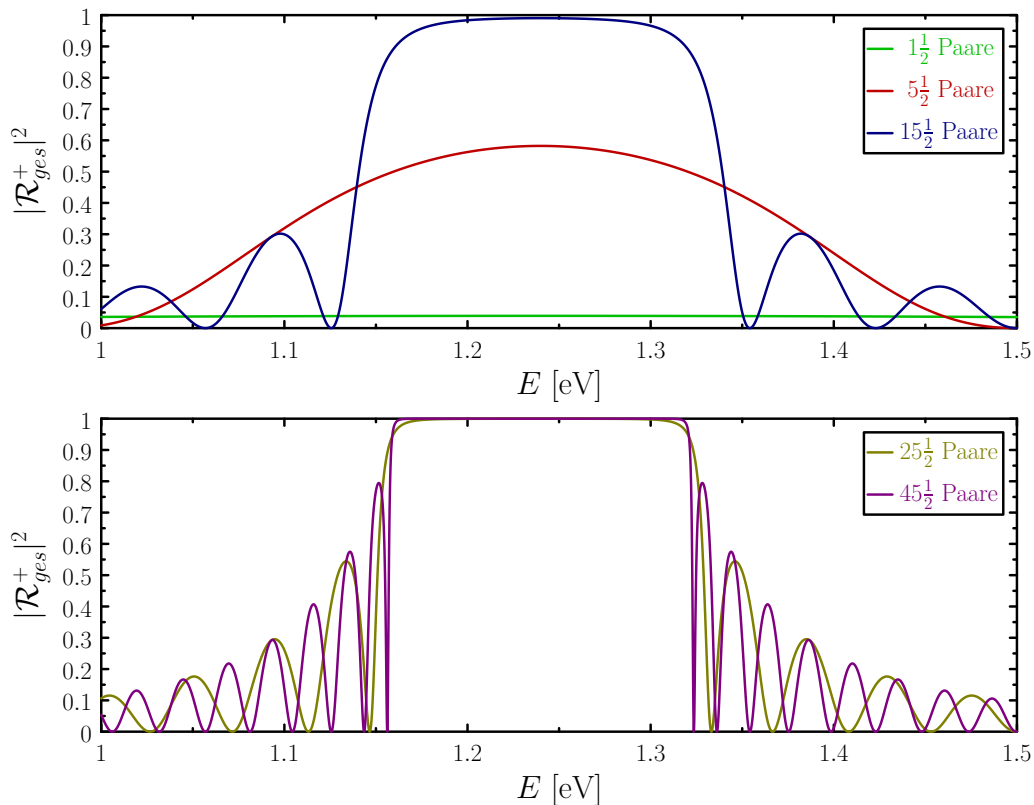
Im Folgenden werden für eine festgelegte Konzeptionswellenlänge von  $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ , welche einer Energie von  $E_0 = 1.239\,895 \text{ eV}$  entspricht, die resultierenden Eigenschaften in Abhängigkeit der Anzahl der Schichtenpaare und der Photonenenergie, mit welcher die Struktur bestrahlt wird, untersucht. Zur Verdeutlichung sind die jeweiligen Strukturen in Abb. 3.1 dargestellt.



**Abb. 3.1:** Darstellung der Schichtstruktur eines Reflektorstapels für verschiedene Anzahl von Paaren

Für die einzelnen Strukturen ergibt sich das in Abb. 3.2 dargestellte Reflektivitätsspektrum. Für ein Spiegelpaar wäre das Reflektivitätsspektrum eine von der Energie unabhängige Funktion, da nur eine Grenzschicht existiert und somit keine Interferenz möglich ist. Für  $1\frac{1}{2}$  Paare ist es keine Konstante mehr, aber die Änderungen sind zu klein, um im Spektrum eine Krümmung zu sehen. Mit zunehmender Anzahl der Spiegelpaare nimmt die Möglichkeit zum Auftreten von Überlagerungen von einzelnen Wellenzügen zu, so dass die Abhängigkeit von der Wellenlänge  $\lambda$  bzw. von der Energie  $E$  stark zunimmt. Es entwickelt sich um die Energie, für welche die Struktur erstellt wurde, ein Bereich sehr hoher Reflektivität. Dieses Gebiet

wird mit *Stopband* bezeichnet. Außerdem besteht hier die Möglichkeit durch Erhöhung der Paaranzahl beliebig nahe an eine Reflektivität von Eins heranzukommen. Außerhalb des Stopbandes entstehen lokale Minima und Maxima, welche sich bei Erhöhung dem zentralen Bereich annähern, während sich zugleich das Stopband weiter ausprägt.

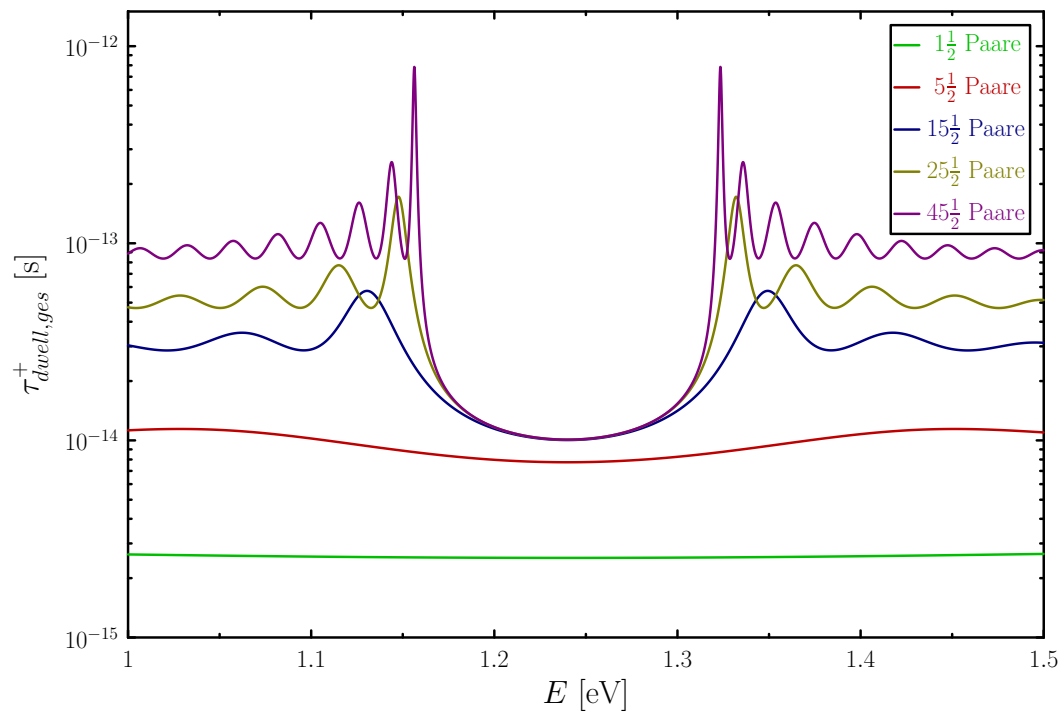


**Abb. 3.2:** Reflektivitätsspektren der Intensität für Reflektorstapel mit verschiedene Anzahl von Paaren

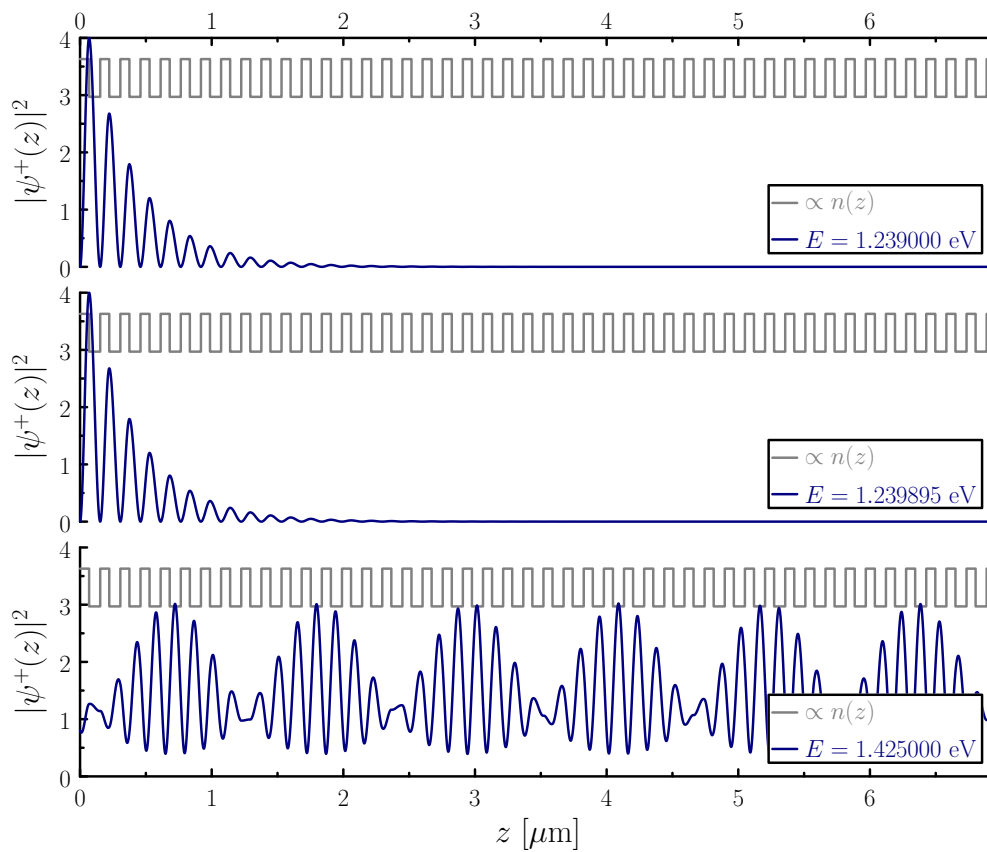
Korrespondierend zu dem Reflektivitätsspektrum kann man in Abb. 3.3 die mittlere Lebensdauer einer Mode für die Gesamtschicht betrachten. Hier ist für  $11\frac{1}{2}$  Schichtenpaare die angegebene Zeit nahezu konstant und sehr nahe an der Durchflugszeit durch die Gesamtschicht, da die Reflektivität gering und dementsprechend die Transmission groß ist. Bei Strukturen mit höherer Paaranzahl nimmt die Lebensdauer prinzipiell zu, jedoch konvergiert die Zeit innerhalb des Stopbandes gegen einen energieabhängigen, aber ansonsten festen Wert.

In Abb. 3.4 ist stellvertretend für die Schar an Reflektorstapeln das Betragsquadrat der Wellenfunktion in einer Schichtstruktur mit  $45\frac{1}{2}$  Spiegelpaaren dargestellt.

Für die konzipierte Energie von  $1.239\,895$  eV ist die einhüllende Funktion exponentiell abnehmend, womit die Konvergenz der Lebenszeit begründet ist. Eine kleine Änderung der Energie innerhalb des Stopbandes ändert die Intensitätsverteilung nur unwesentlich. Für eine willkürlich gewählte Energie ist das Betragsquadrat der Wellenfunktion eher mit einer Schwebung vergleichbar, d.h. es liegt eine periodische Abschwächung bzw. Verstärkung vor und die mittlere Lebensdauer ist von der Strukturlänge und somit auch von der Paaranzahl abhängig.



**Abb. 3.3:** Darstellung der auf die Gesamtstruktur bezogenen mittleren Modenlebensdauer für Reflektorstapeln mit verschiedener Anzahl von Schichtenpaaren



**Abb. 3.4:** Abbildung der Intensitätsverteilung der Lichtes innerhalb der Struktur für ausgewählte Energien  $E$  und für  $45 \frac{1}{2}$  Schichtpaare mit angefügter Brechzahlabhängigkeit

### 3.1.2 Schichtsystem mit Resonator

Diese Beispielstruktur für eine Struktur mit Resonator ist analog zu einem Reflektorstapel aufgebaut, bei der eine Schicht mit der Schichtdicke von  $\lambda/4$  auf Vielfache von  $\lambda/2$  gestreckt wird. In diesem Beispiel beträgt sie  $3 \lambda/2$ . Analog zu der Beispielschar der Reflektorstapel wird die Struktur ebenfalls aus GaAs- und einer AlAs-Schicht aufgebaut. Die Konzeptionswellenlänge beträgt erneut  $\lambda_0 = 1 \mu\text{m}$ .

Da das Ende der Struktur das Substrat widerspiegeln soll, auf welche die Struktur aufgewachsen ist, werden die Paare links des Resonators als Oberschichtenpaare und rechts als Unterschichtenpaare bezeichnet. Letztere sind stets 20 Schichtenpaare. Die Anzahl der Paare oberhalb wird im Verlauf der Simulation zwischen 5, 10 und 15 variiert. Stellvertretend für dieses System ist in Abb. 3.5 eine Struktur mit 10 Oberschichtenpaaren abgebildet.

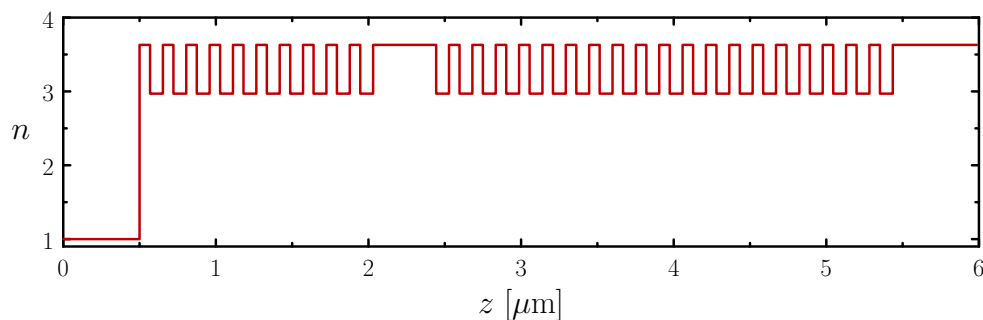


Abb. 3.5: Abbildung der Schichtstruktur mit Resonator für 10 Oberschichtenpaare

Diese Schichtstrukturänderung verursacht im Reflektivitätsspektrum eine Senke innerhalb des Stopppandes für die konzeptionierte Energie  $E_0$ , welche mit zunehmender Zahl an Oberschichtenpaaren stärker wird. Das restliche Verhalten ist weitestgehend analog zum Reflektorstapel.

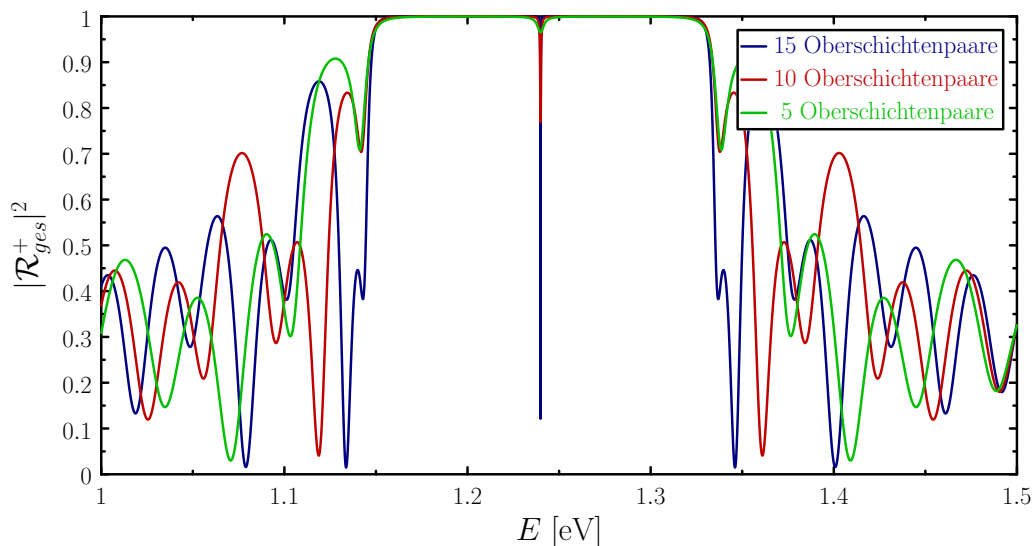
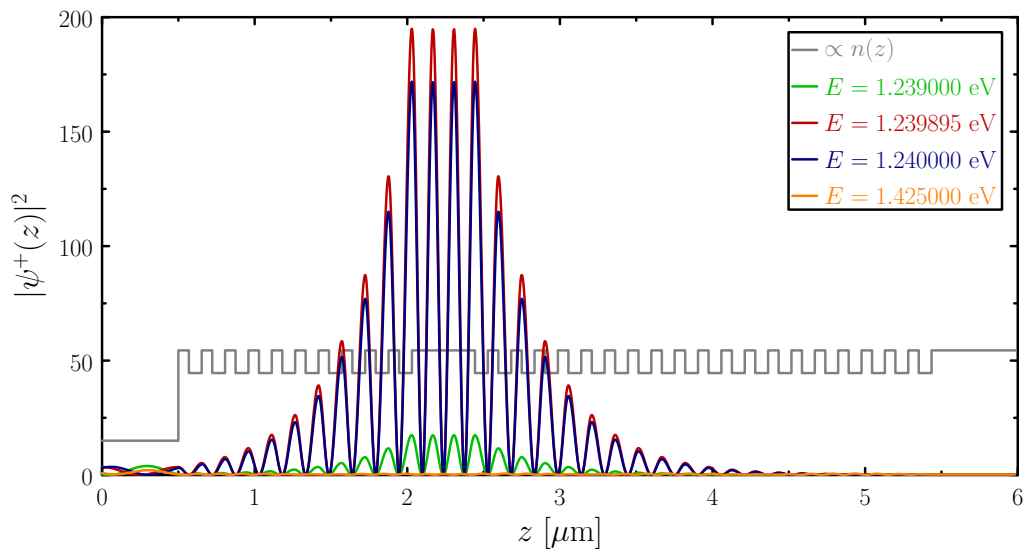


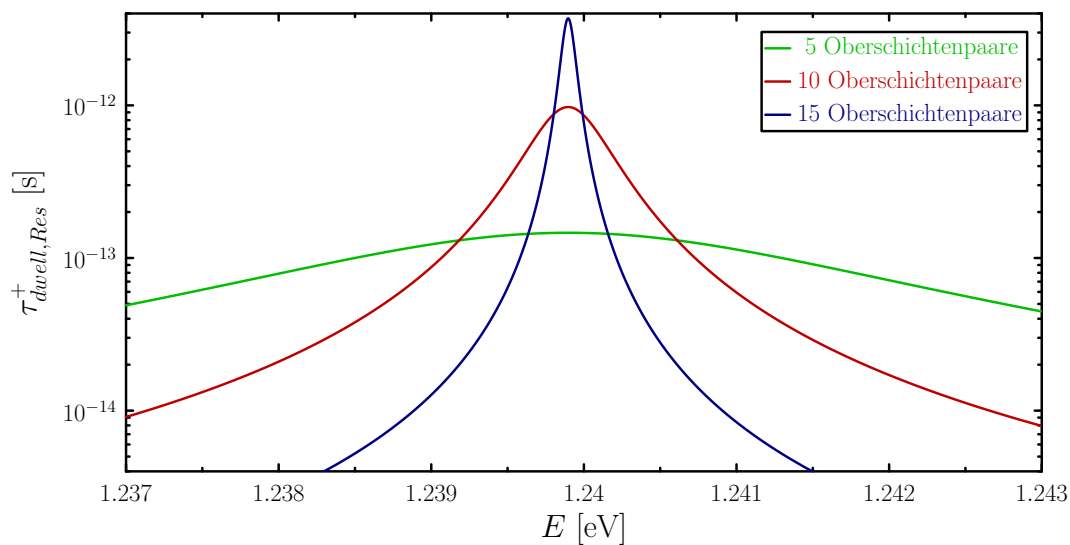
Abb. 3.6: Abbildung der Gesamtrefektivität von einer von links einfallenden Lichtwelle für eine Schichtstruktur mit Resonator

Diese Senke verursacht in der Intensitätsverteilung (Abb. 3.7) eine Maximierung der Intensität innerhalb des Resonators, welche exponentiell nach außen abfällt. Dies bedeutet, dass eine hohe Zahl von Photonen in der Struktur gefangen ist. Deswegen erhält diese auch den Namen *Resonator-Mode*. Des Weiteren reagiert diese Intensität sehr empfindlich auf Energieänderungen und für vergleichbar willkürlich gewählte Energien ist die Gesamtzahl an Photonen innerhalb der Struktur verschwindend gering.



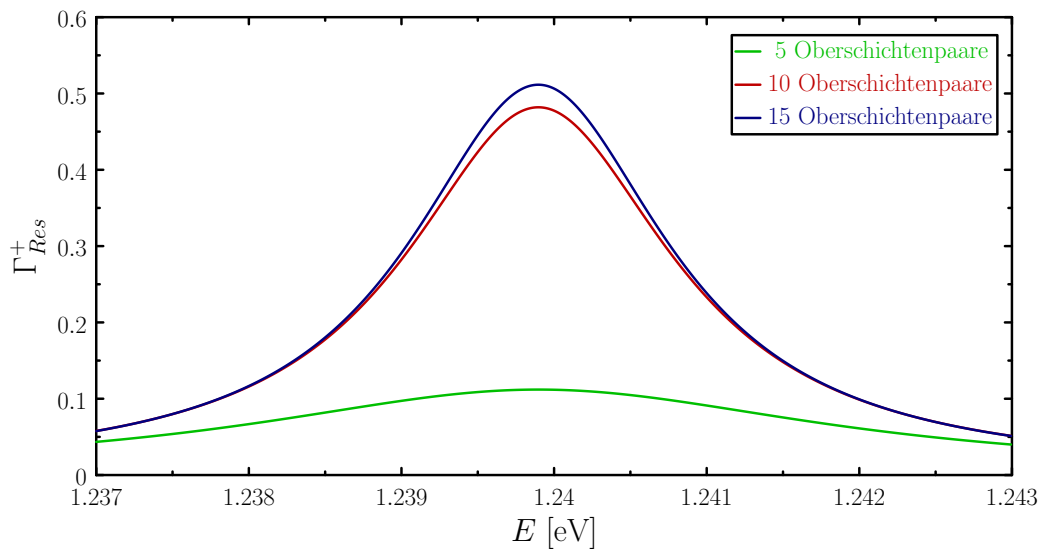
**Abb. 3.7:** Abbildung der statischen Intensitätsverteilung für eine Struktur mit Resonator mit 10 Oberschichtpaaren und angefügter Brechzahlabhängigkeit

Dieses resonante Verhalten spiegelt sich ebenfalls in der mittleren Lebenszeit der Photonen wider. Im Energiebereich, in dem im Energiespektrum eine Senke zu sehen ist, entsteht im Lebenszeitspektrum ein Maximum, welches ebenfalls mit zunehmenden Oberschichtenpaaren an Stärke gewinnt und zugleich die Breite verringert. Diese mit der Paaranzahl zunehmende Maximumschärfe ist ein Maß für die Empfindlichkeit der Intensitätsverteilung.



**Abb. 3.8:** Abbildung der Modenlebensdauer innerhalb des Resonators von einer von links einfallenden Lichtwelle für eine Schichtstruktur mit Resonator.

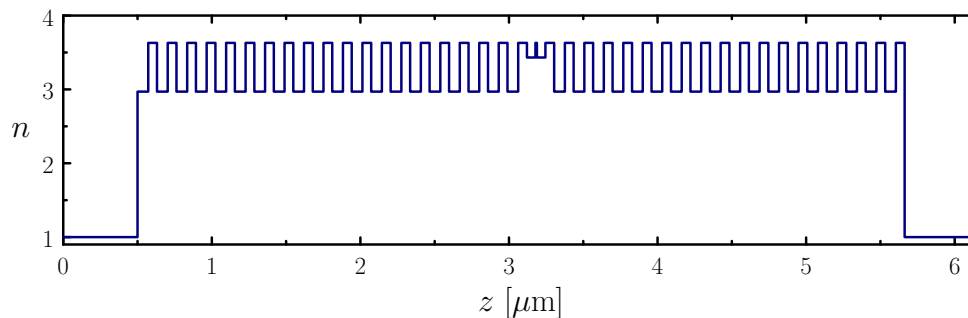
Da der Resonator eine besondere Rolle in der Struktur einnimmt, ist im Hinblick auf die Lasersimulation die Lokalisierung der Photonen eine interessante Größe, welche sich über den Confinementfaktor ausdrückt. Dieser ist in Abb. 3.9 dargestellt. Für die konzipierte Energie entsteht eine maximale Gefangenschaft der Photonen innerhalb des Resonators, welche vergleichbar empfindlich wie das Lebenszeitspektrum auf Energieänderungen reagiert. Durch Erhöhen der Oberschichtenpaare werden die Photonen länger im Resonator gehalten, was zu einer Erhöhung der Intensität führt.



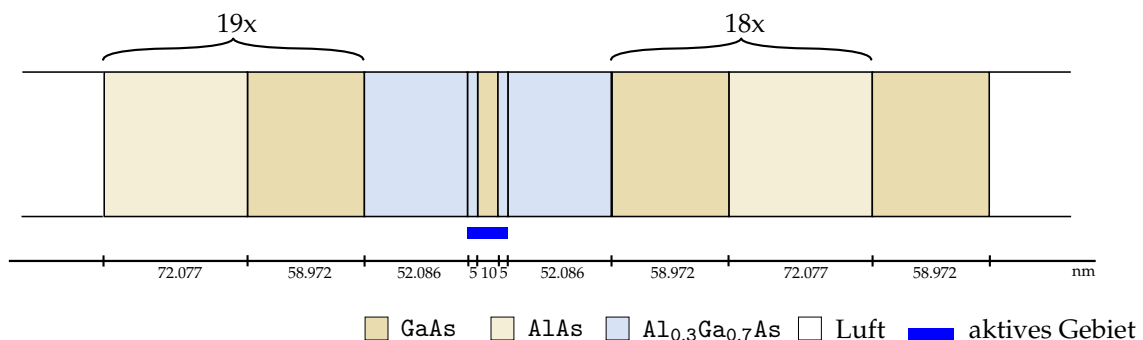
**Abb. 3.9:** Abbildung des Confinement-Faktors von einer von links einfallenden Lichtwelle für eine Schichtstruktur mit Resonator.

### 3.1.3 »VCSEL 1« Struktur

Die in Abb. 3.10 abgebildete Struktur ist weitgehend analog zum vorigen Beispiel und stellt die auf die dielektrische Eigenschaft reduzierte Struktur dar, welche primär zur Simulation verwendet wird. In Abb. 3.11 ist der materialspezifische Aufbau abgebildet.

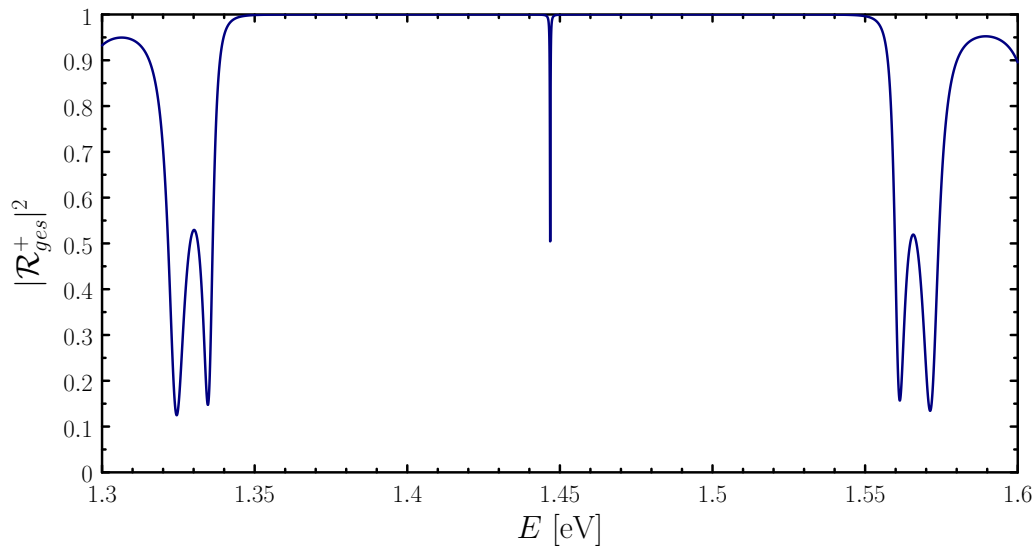


**Abb. 3.10:** Brechungsindexverlauf für die Schichtstruktur »VCSEL 1«



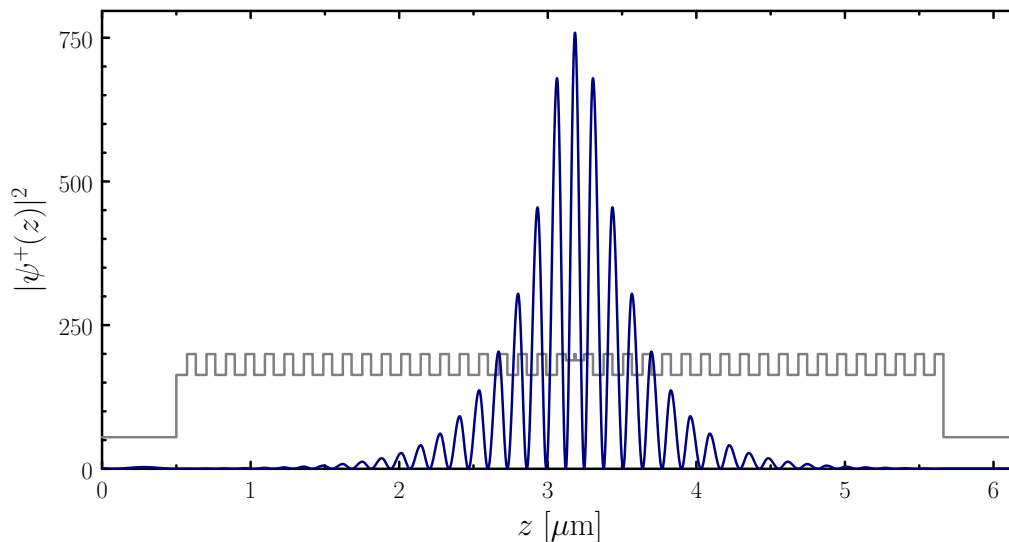
**Abb. 3.11:** Schematische Darstellung der vollständigen Struktur von »VCSEL 1«

Sie besitzt 19 linke und 18 1/2 rechte Spiegelpaare, welche aus GaAs und AlAs bestehen. Dieses System ist auf eine Wellenlänge von  $\lambda_0 = 856.28$  nm abgestimmt, das entspricht einer Energie  $E_0 = 1.4468$  eV. Der Resonator besteht aus Al<sub>0.3</sub>Ga<sub>0.7</sub>As ( $n = 3.43$ ) und hat eine Breite von  $\lambda$ . Innerhalb des Resonators ist zentriert ein Quantentopf aus GaAs mit einer Breite von 10 nm eingesetzt.



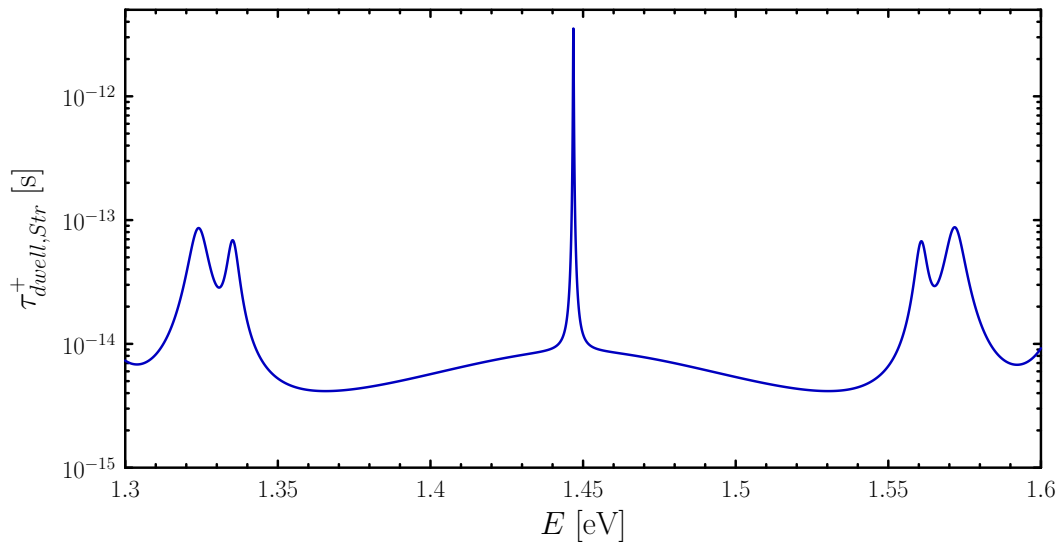
**Abb. 3.12:** Reflektivitätsspektrum der Intensität für die Schichtstruktur »VCSEL 1«

Diese Verfeinerung des Resonators hat allerdings keine wesentlichen Auswirkungen, sodass im Reflektivitätsspektrum (Abb. 3.12) das Stopband entsteht und für die Konzeptionsenergie  $E_0$  eine Senke zu sehen ist. Für diese Energie entsteht in analoger Weise für den Intensitätsverlauf (Abb. 3.13) in Abhängigkeit der Photonenenergie ein Maximum innerhalb des Resonators. Für die nahe Umgebung um die Resonator-Mode entsteht unter räumlicher Betrachtung ebenfalls ein Maximum, welches nach außen exponentiell abfällt.

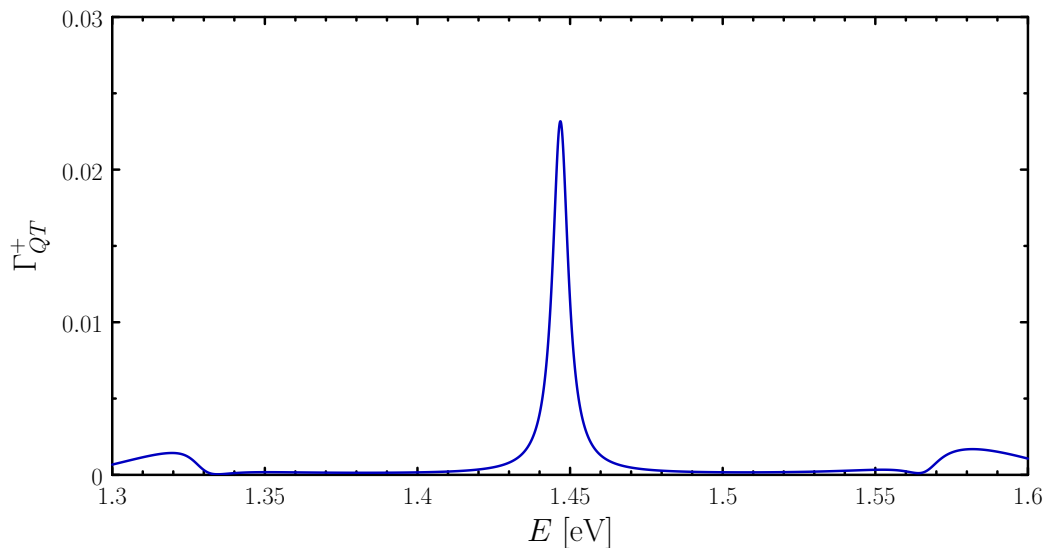


**Abb. 3.13:** Intensitätsverteilung des Lichtes in der Schichtstruktur »VCSEL 1« für die Konzeptionsenergie  $E_0$  mit angefügter Brechzahlabhängigkeit

Für die mittlere Lebenszeit (Abb. 3.14) der in der Gesamtstruktur gefangenen Photonen entsteht für die Resonator-Mode ein Maximum. Auch im Lebenszeitspektrum ist der Bereich des Stopbandes erkennbar. Jedoch ist ersichtlich, dass kein direkter Zusammenhang zwischen Reflektivität und mittleren Lebenszeit besteht, da beispielsweise das erste Maximum des Reflektionsvermögens außerhalb des Stopbandes eine vergleichbare Reflektivität wie die Resonator-Mode aufweist, jedoch je Lebenszeit um Größenordnungen verschieden ist. Anders ausgedrückt bedeutet dies, dass keine injektive Zuordnung zwischen Reflektivität und Intensitätsverteilung besteht und so nur für die Resonator-Mode eine auf den Resonator lokalisierte Intensitätsverteilung existiert, was sich mithilfe des Confinementfaktor (Abb. 3.15) zeigen lässt.



**Abb. 3.14:** mittlere Lebenszeit der Photonen in der Struktur für die Schichtstruktur »VCSEL 1«



**Abb. 3.15:** Confinementfaktor des Quantentopfes für die Schichtstruktur »VCSEL 1«, entspricht der relativen Anzahl der im Quantentopf gefangenen Photonen gegenüber der Gesamtstruktur

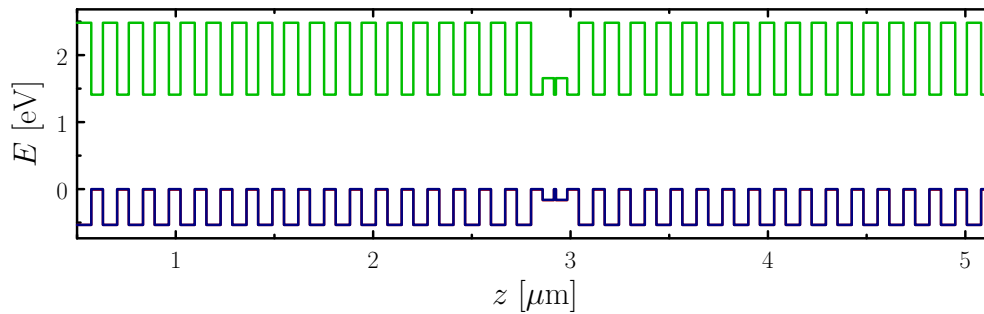
Allerdings ist der Confinementfaktor im Hinblick auf die Simulation so gewählt, dass er den Anteil der sich im Quantentopf befindenden Photonen gegenüber der in der Struktur gefangenen angibt und aufgrund der geringeren Breite des gewählten Bereiches trotz der höheren Intensität zum vorherigen Beispiel geringer ausfällt.

Betrachtet man die Struktur als Reservoir der zur Verfügung stehenden Photonen, so gibt der Confinementfaktor die relative Anzahl der an der Wechselwirkung beteiligten Photonen innerhalb des Quantentopfes an. Somit ist die Anzahl der zur Wechselwirkung bereiten Photonen im energetischen Bereich des Stopppandes weit außerhalb der Resonatormode vernachlässigbar klein.

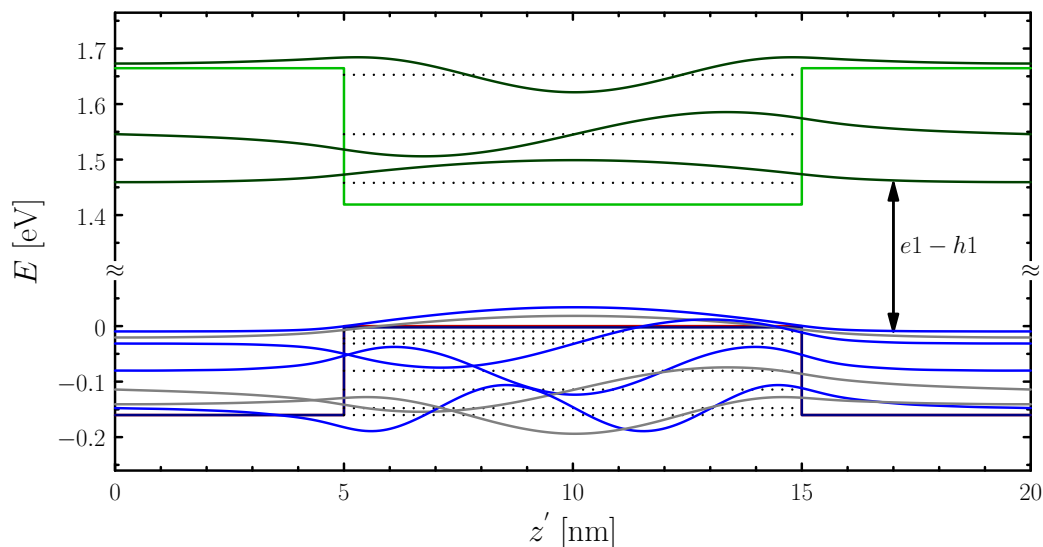


## 3.2 Berechnung der optischen Verstärkung

Die im Abschnitt 3.1.3 eingeführte Schichtstruktur »VCSEL 1« wird in diesem Abschnitt verwendet, um dessen optischen Verstärkungsfaktor  $G(E, n)$  in Abhängigkeit der Photonenenergie  $E$  und der Ladungsträgerdichte  $n$  zu berechnen. Materialspezifische Kenngrößen sind bereits in das Programm SimuLase™ integriert und können dem Handbuch[6] entnommen werden. In Abb. 3.16 sind die Bandkanten über die gesamte Schichtstruktur und in Abb. 3.17 in der nahen Umgebung des Quantentopfes mit den entstehenden Energieniveaus und deren Wellenfunktionen dargestellt.



**Abb. 3.16:** Bandstruktur zur Schichtstruktur »VCSEL 1«, bestehend aus Leitungsband (grün) und Lochband (blau)



**Abb. 3.17:** Bandstruktur des Quantentopfes einschließlich naher Umgebung (aktiver Bereich) und eingezeichneten Energieniveaus mit Wellenfunktion zur Struktur »VCSEL 1«, Wellenfunktionen zu Elektronen-Zuständen sind grün, schwere Löcher blau und leichte Löcher grau gezeichnet

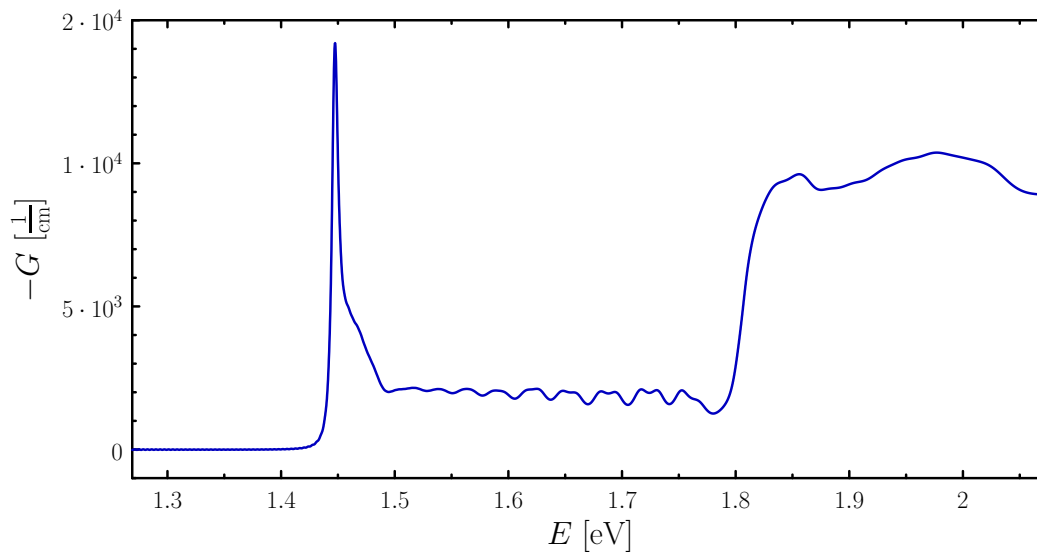
Aufgrund der Abmessungen des Quantentopfes bilden sich drei Elektron- und insgesamt sieben Lochzustände aus. Die Energiedifferenz zwischen erstem Elektron- und erstem Lochzustand entspricht der unter dem Namen »VCSEL 1« eingeführten Resonanzmode, womit gezeigt ist, dass Quantentopf und gesamte Schichtstruktur aufeinander abgestimmt sind.

Alle Berechnungen der optischen Verstärkung wurden unter der Berücksichtigung vom ersten Elektron-(e1) und ersten Lochband(h1) ausgeführt. Alle anderen Bänder wurden aufgrund der für die Einzelmoden-Simulation und der auf die Spiegelanordnung zurückzuführende Modenselektion vernachlässigt. Des Weiteren werden alle Berechnungen für eine Temperatur von 300 K durchgeführt, d.h. die Temperaturveränderung ist im Simulationsprozess nicht mit berücksichtigt.

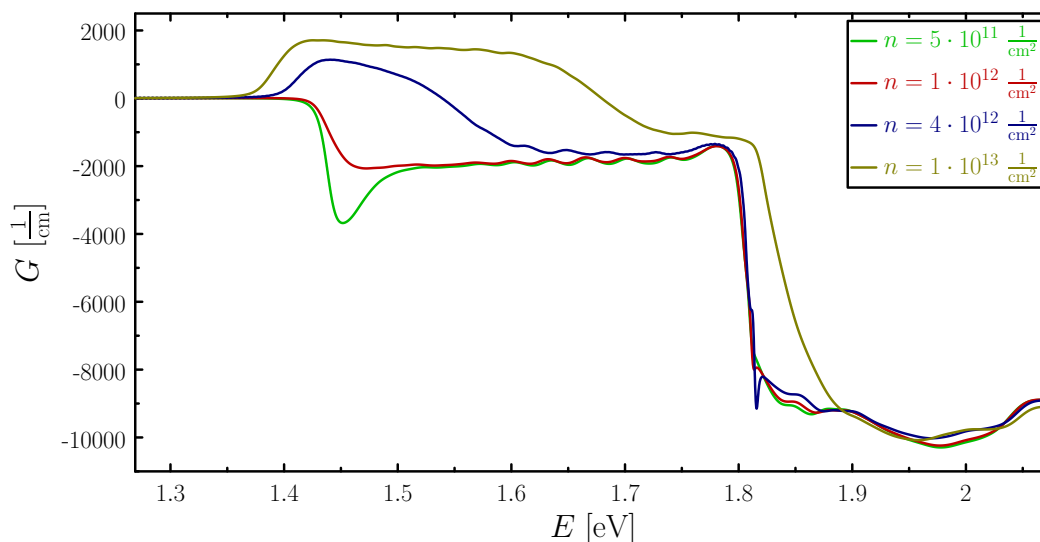
In Abb. 3.18 ist das Absorptionsspektrum für eine geringe Ladungsträgerdichte dargestellt

(vergleichsweise unbesetzter Zustand). Für die Energie, welche der Zustandsdifferenz entspricht, entsteht, aufgrund der Resonanz der Energien, ein scharfes Maximum. Das Verhalten bei höheren Energien (hier  $E > 1.8$  eV) ist auf Bulk-Zustände zurückzuführen, da die Energie außerhalb des Quantentopfes liegt (siehe Abb. 3.16).

Zur Erzeugung der für den Laser-Prozess notwendigen Besetzungsinversion muss zu höheren Ladungsträgerdichten übergegangen werden. Die Berechnung der optischen Verstärkung  $G(E, n)$  wird, aufgrund des Programmaufbaus von SimuLase<sup>TM</sup> in Abhängigkeit der Photonenenergie für spezielle Ladungsträgerdichten ausgerechnet. So ist in Abb. 3.19 stellvertretend für den gesamten Datensatz der berechneten Verstärkung  $G(E)|_n$  für ausgewählte Elektronendichten  $n$  dargestellt. Der Bereich, in dem  $G(E)|_n = 0$  gilt, markiert die Bandlücke (Vergleich zu Abb. 3.16). Die Verringerung der Bandlücke bei höheren Ladungsträgerdichten ist auf die verstärkte Coulombwechselwirkung zurückzuführen.



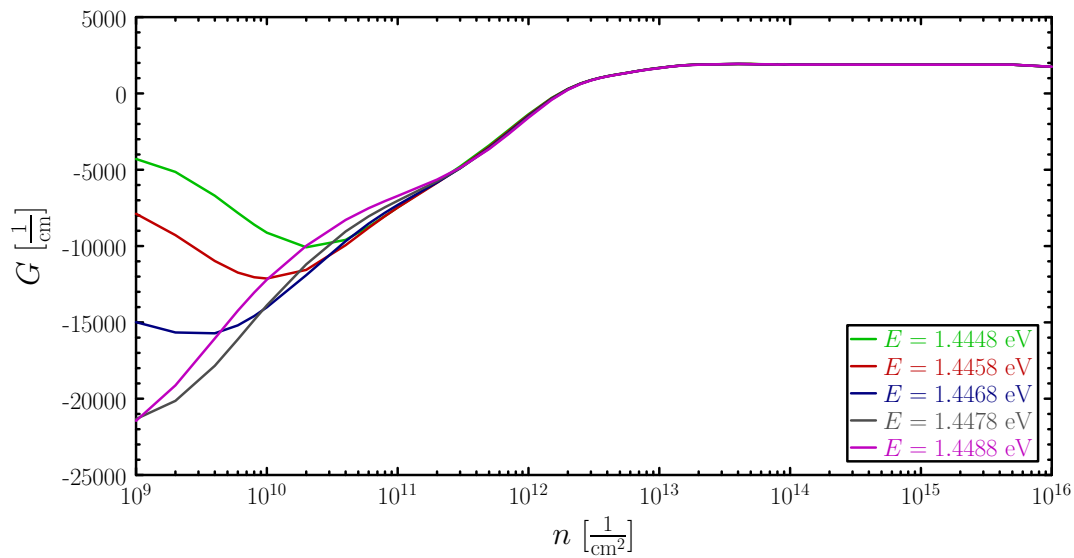
**Abb. 3.18:** Absorptionsspektrum von »VCSEL 1« für ein nahezu unbesetztes oberes Niveau mit einer Ladungsträgerdichte  $n = 1 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2}$



**Abb. 3.19:** Berechnete Verstärkung in Abhängigkeit der Photonenenergie  $E$  und für verschiedene Ladungsträgerdichten  $n$

Wie in Abschnitt 2.4.3 eingeführt, wird die Ladungsträgerdichte primär in Abhängigkeit von der Ladungsträgerdichte  $G(n)|_E$  erwartet. Deswegen wird die Berechnung für eine Vielzahl von Ladungsträgerdichten erzeugt und anschließend wird zwischen den einzel-

nen berechneten Punkten linear interpoliert (siehe Abb. 3.20). Die Verstärkung beginnt bei  $n = 1.8 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ . Bei geringen Dichten überwiegt die Absorption und aufgrund des in Abb. 3.18 gezeigten scharfen Maximums entsteht eine hohe Abweichung des Verstärkungsfaktors für geringe Energieveränderungen.



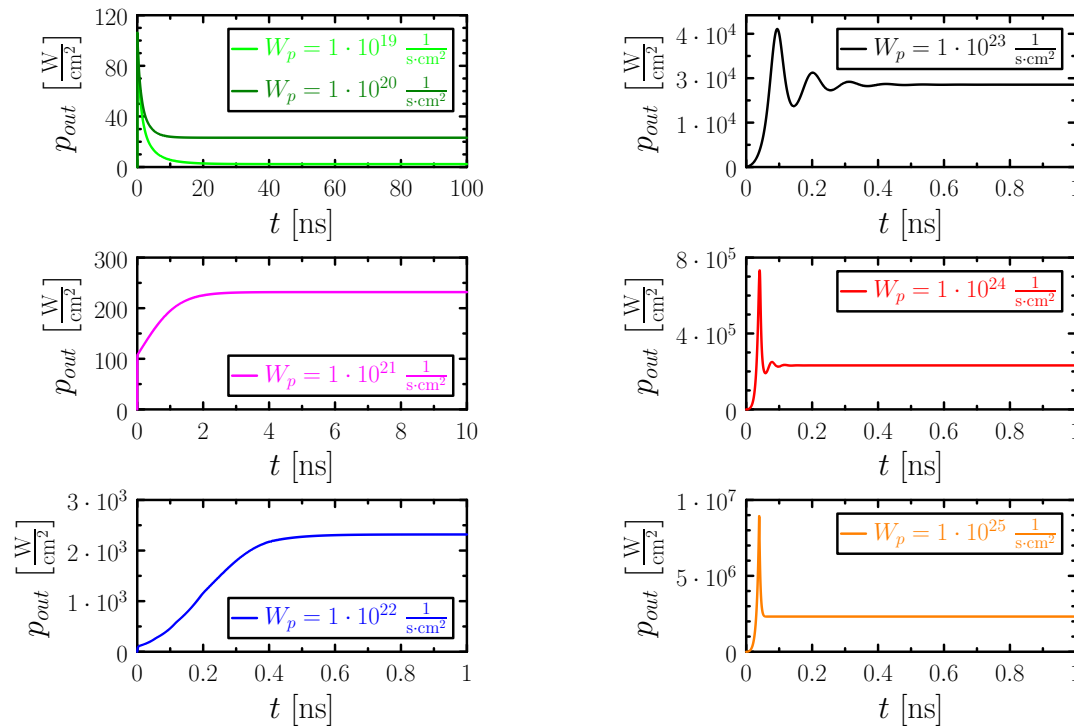
**Abb. 3.20:** Berechnete Verstärkung in Abhängigkeit der Ladungsträgerdichte  $n$  (interpoliert) und für verschiedene Energien  $E$

### 3.3 Lasersimulation

Alle Simulationen des Ratengleichungsmodells (Gl. (2.47)) werden mithilfe der *Runge-Kutta-Methode 4. Ordnung*[13] durchgeführt. Standardmäßig werden alle Größen auf Grundlage der bisher unter dem Namen »VCSEL 1« eingeführten Struktur berechnet.

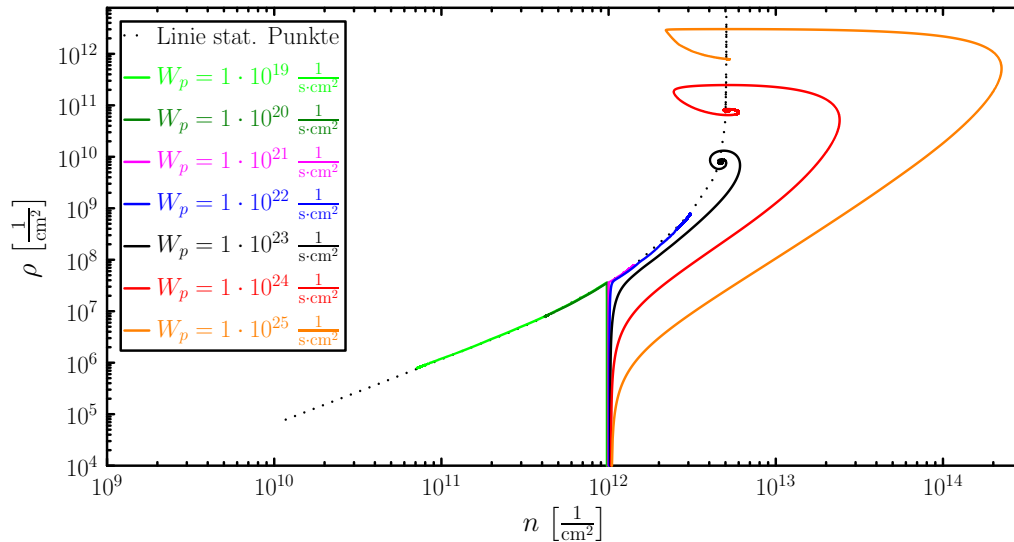
#### 3.3.1 Abhängigkeit vom Pumprterm $W_p$

In diesem Abschnitt wird zunächst die Abhängigkeit des Ratengleichungsmodells vom zeitlich konstanten Pumprterm  $W_p$  untersucht. Ausgangspunkt einer jeden Simulation ist das Wertepaar  $n_0 = 1 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ ,  $\rho_0 = 1 \cdot 10^4 \text{ cm}^{-2}$ . In Abb. 3.21 ist die zeitliche Entwicklung der Ausgangsleistungsdichte und in Abbildung 3.22 ist das dazugehörige Phasenporträt dargestellt.



**Abb. 3.21:** zeitliche Entwicklung der Ausgangsleistungsdichte in Abhängigkeit vom Pump-  
term  $W_p$

Auffällig ist, dass bei dem gewählten Startpaar  $(n_0, \rho_0)$  die Photonendichte unter Berücksichtigung der strukturellen Eigenschaften gegenüber der Ladungsträgerdichte zu niedrig gewählt ist und so das System dies zunächst korrigiert. Bei geringen Pumpraten steigt die Photonendichte nahezu instantan an und verläuft im Phasendiagramm nahe der *stationären Linie* bis sie den zum Pumprterm gehörenden *stationären Punkt* erreicht hat. Das System schmiegt sich in exponentieller Art dem Gleichgewicht an. Bei höheren Pumpraten liegt der Ausgangspunkt der vorhandenen Ladungsträger  $n_0$  unter dem des dazugehörigen stationären Punktes, wodurch zunächst ein Ansteigen zu sehen ist, bis die Kurve in exponentieller Art die Gleichgewichtslage erreicht hat. Bei weiterem Erhöhen der Pumpraten tritt dann das Phänomen einer gedämpften Schwingung (als *Laserspiking*[4] bezeichnet) auf. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Photonendichte über eine endliche Zeit mit der Ladungsträgerdichte verknüpft ist und die hohe Pumprate eine schnellere Reaktion des Systems verlangen würde, sodass es hier zu einer Übersteuerung kommt, welche sich abwechselnd periodisch auf die beiden Dichten auswirkt. Das Phänomen ist als um den Gleichgewichtspunkt verschobene gedämpfte Schwingung beschreibbar, sodass es im Phasenporträt zu spiralförmigen Gebilden kommt. Die Dämpfungskonstante ist von der Höhe des Pumprterms abhängig.



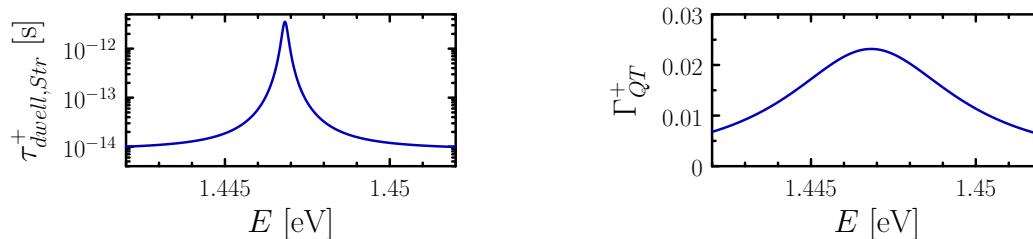
**Abb. 3.22:** Phasendiagramm in Abhängigkeit vom Pumprterm  $W_p$  (rekursiv um halbe Linienbreite versetzt gezeichnet)

Im Vergleich zur optischen Verstärkung  $G(n)$  ist ersichtlich, dass unterhalb einer Ladungsträgerdichte  $n = 1.8 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  die stimulierte Emission geringer ist als die Absorption (siehe Abb. 3.20), sodass nicht vom Laserbetrieb gesprochen werden kann und zugleich das Verhalten mehr einer Diode entspricht. Dies bedeutet, dass es für die Laserqualität notwendig ist, bei höheren Ladungsträgerdichten zu operieren. In diesem Beispiel ist deshalb ein Pumprterm  $W_p \geq 1 \cdot 10^{21} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$  erforderlich. Geht man jedoch davon aus, dass das halbleitende Material aufgrund der auftretenden Kräfte nur eine maximale Ladungsträgerdichte aushält, so ist die Höhe der Pumprate, u.a. durch den Einschwingvorgang, auch nach oben beschränkt. Die Ausgangsleistung des stationären Zustandes steigt aufgrund fehlender dissipativer Effekte im Modell linear mit dem Pumprterm an.

### 3.3.2 Energieabhängigkeit

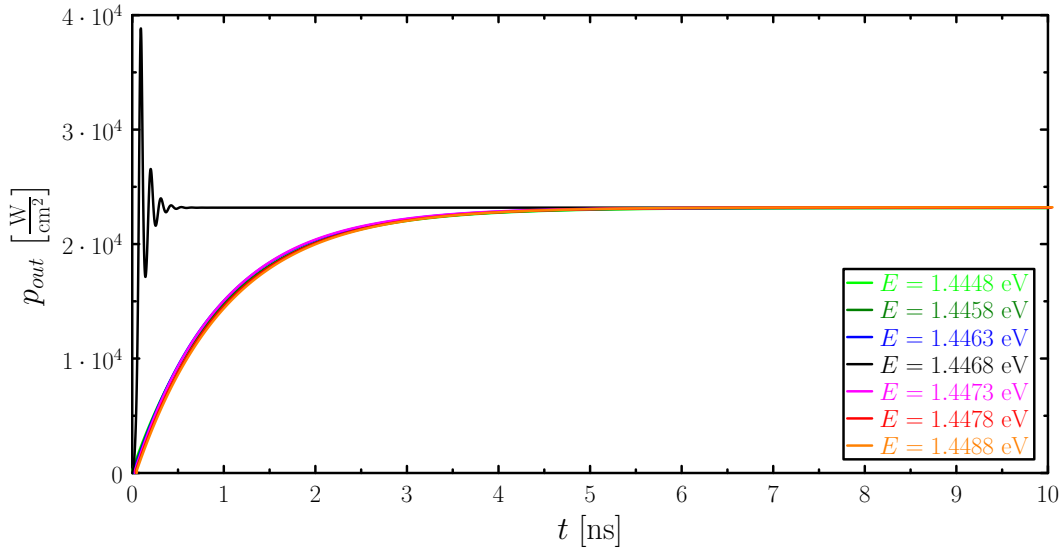
In diesem Abschnitt wird das Verhalten des Ratengleichungssystems auf eine Energieänderung der zum Laserprozess beitragenden Mode untersucht.

In Abb. 3.23 ist wiederholt die auf die Gesamtstruktur bezogene Modenlebensdauer  $\tau_{dwell,Str}$  bzw. der auf den Quantentopf bezogene Confinementfaktor  $\Gamma_{QT}$  dargestellt, allerdings hier in einem schmalen Energiebereich um die Resonatormode herum. Es ist ersichtlich, dass beide Größen relativ schnell abfallen. Dadurch ist es unnötig, über weite Bereiche die Lasertätigkeit zu simulieren. Deshalb wird die Energie zwischen 1.4448 eV und 1.4488 eV symmetrisch zur Resonatormode variiert. Die damit verbundene Änderung der optischen Verstärkung  $G(n)|_E$  ist dabei in Abb. 3.20 dargestellt.

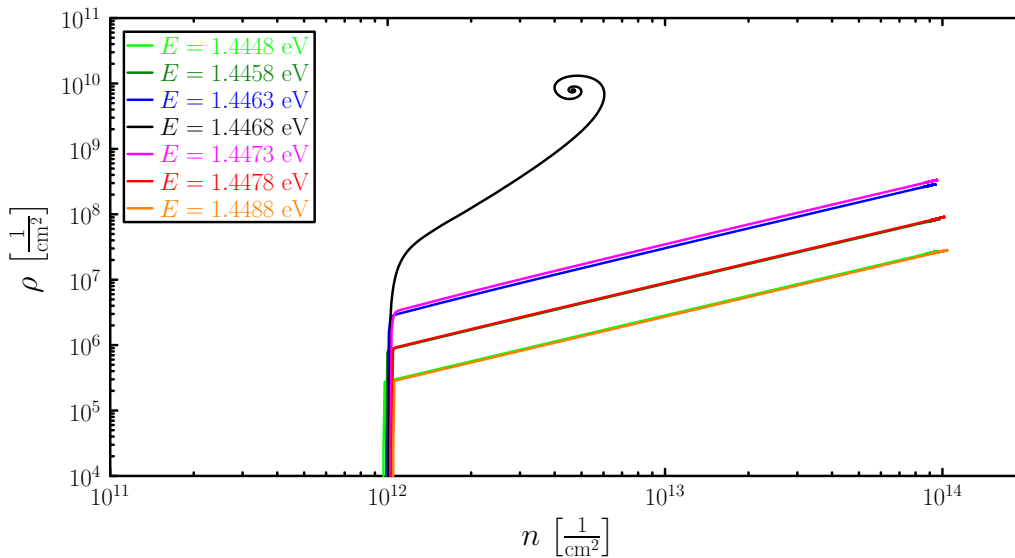


**Abb. 3.23:** Middle Modenlebensdauer und Confinementfaktor zu »VCSEL 1« (Bereich um Resonatormode)

Unter Verwendung dieser Größen ist für ein Pumpterm  $W_p = 1 \cdot 10^{23} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$  in Abb. 3.24 die zeitliche Entwicklung der Ausgangsleistungsdichte und in Abb. 3.25 das dazu korrespondierende Phasenporträt dargestellt. Wie im vorhergehenden Abschnitt wurde als Ausgangspunkt  $n_0 = 1 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  und  $\rho_0 = 1 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-2}$  gewählt.



**Abb. 3.24:** Ausgangsleistungsdichte unter Variation der zu Lasermode bestimmten Energie für einen Pumpterm  $W_p = 1 \cdot 10^{23} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$



**Abb. 3.25:** Phasendiagramm unter Variation der zu Lasermode bestimmten Energie für einen Pumpterm  $W_p = 1 \cdot 10^{23} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$  (Die Graphen sind abhängig vom Energieunterschied um halbe Linienbreite verschoben)

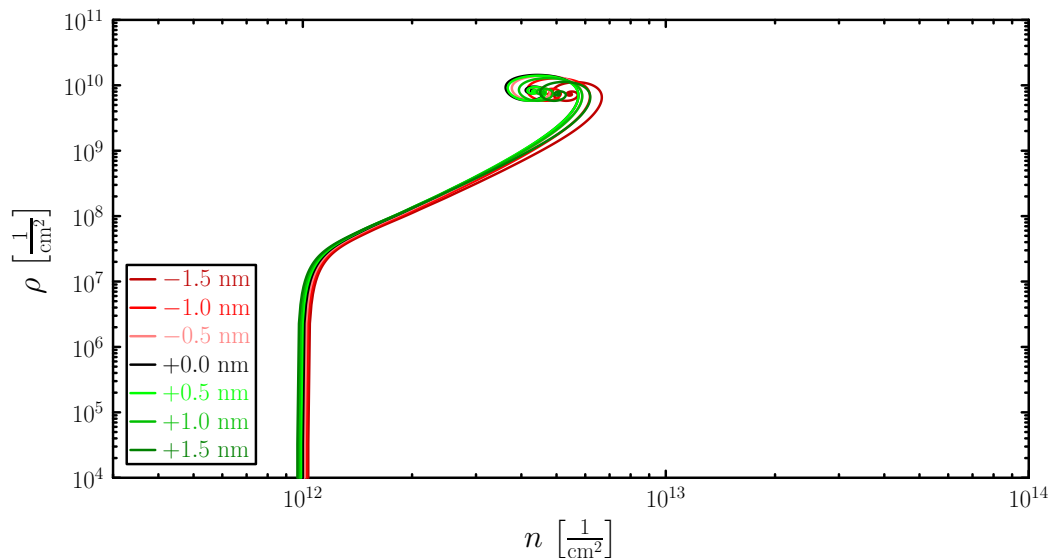
Die Photonenrate, die durch die Austrittsfläche tritt, ist für den stationären Zustand unabhängig von der Energie. Dies ist trotz der höheren Auskoppelrate möglich, da ein erhöhter Anteil der Photonen sich außerhalb des Quantentopfes aufhält. In Abhängigkeit der operativen Energie und der damit verbundenen mittleren Lebenszeit der Photonen konvergiert das System mit höherem Abstand von der Resonatormode langsamer in den Gleichgewichtszustand. In Abb. 3.25 ist ersichtlich, dass das System für die gleiche Ausgangsleistungsdichte zu höheren Ladungsträgerdichten übergehen muss. Im Hinblick auf die Stabilität des Halbleiters folgt somit, dass für Energien außerhalb der Energie der Resonatormode stets eine geringe Maximalleistung möglich ist. Außerdem ist für eine gegebene Ladungsträgerdichte die Intensität der Resonatormode stets am größten, womit begründet ist, dass bei einem Konkurrenzprozess (Multimodenmodell) sich die Resonatormode immer durchsetzen wird. Durch

die geschwächte Rückkopplung bei abweichender Energie und der damit verbundenen Eigenwertänderung des Systems wird die Schwingung unterdrückt.

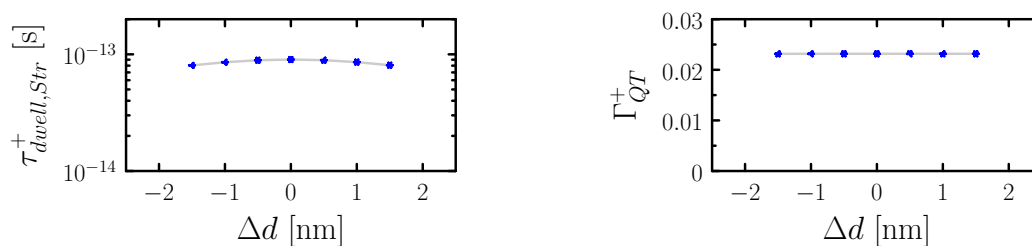
### 3.3.3 Simulation von Störungen der Schichtstruktur

In diesem Abschnitt soll auf die Auswirkungen von Fehlern im Schichtwachstumsprozess eingegangen werden. Zu diesem Zweck werden sowohl die Auswirkungen eines zufälligen Fehlers (eine Schicht betreffend) als auch die systematischen Fehler (stetiges Wiederkehren des gleichen Fehlers) untersucht. Prinzipiell ist es dabei nicht von Bedeutung für welches Material man die Störung untersucht, da allein die optische Weglänge Einfluss auf das Ergebnis hat. Dementsprechend hat die gleiche Längenänderung in GaAs eine höhere Auswirkung als in AlAs. Für die weitere Simulation wurde ein Pumpterm  $W_p = 1 \cdot 10^{23} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$  gewählt.

Für die Simulationen von Einzelfehlern wurden in unterschiedlichen Abständen vom Resonator Schichtdickenvariationen von maximal 1.5 nm durchgeführt. Diese Auswirkungen sind für einen großen Abstand in Abb. 3.26 und für einen geringen Abstand in Abb. 3.28 dargestellt. In Abb. 3.27 beziehungsweise in Abb. 3.29 sind jeweils die dazugehörigen Änderungen der mittleren Lebenszeit der Photonen und des Confinementfaktors dargestellt. Prinzipiell nimmt mit der Höhe der Störung die Abweichung vom idealen Zustand zu.



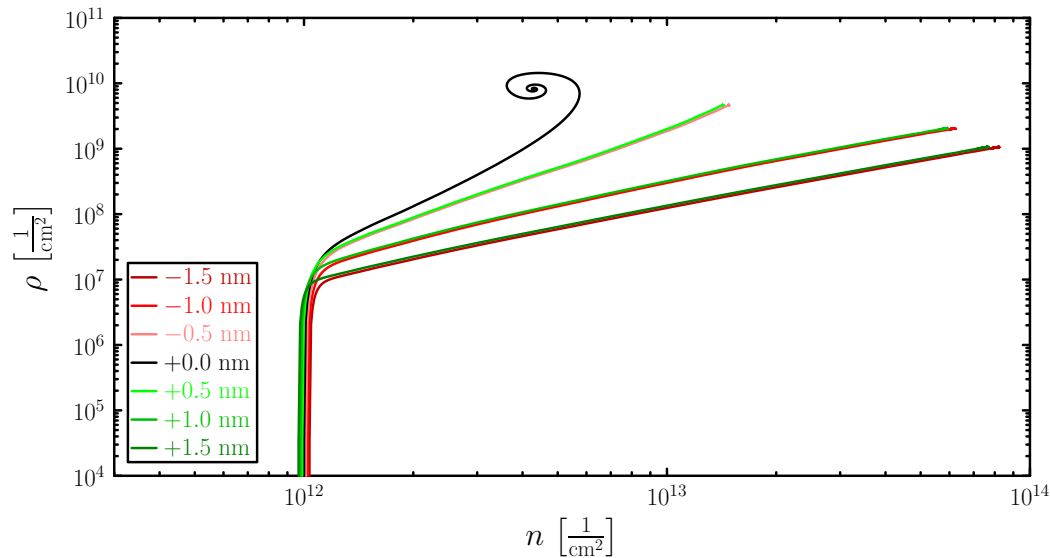
**Abb. 3.26:** Phasenporträt bei Simulation eines Einzelschichtfehlers in der Schicht mit Index 19 (AlAs), entspricht einem großem Abstand vom Resonator (Die Graphen sind abhängig vom Schichtfehler um halbe Linienbreite verschoben)



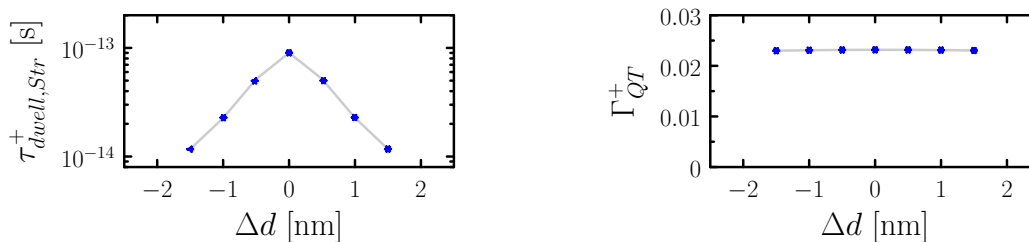
**Abb. 3.27:** mittlere Lebenszeit (links) und Confinementfaktor (rechts) bei Simulation eines Einzelschichtfehlers in der Schicht mit Index 19 (AlAs), entspricht einem großem Abstand vom Resonator

Die Empfindlichkeit des Systems hängt von der Position des Schichtfehlers innerhalb der Struktur ab. Dies lässt sich mit der Intensitätsverteilung in Abb. 3.13 begründen. Bei großem Abstand vom Resonator und somit geringer Intensität ist auch die Auswirkung gering und dadurch teilweise vernachlässigbar. Mit wachsender Nähe zum Resonator nimmt allerdings

die Empfindlichkeit zu und kleine Fehler können große Auswirkungen haben. Des Weiteren verlagert sich der stationäre Punkt in Bereiche mit höherer Ladungsträgerdichte, womit die Stabilität gefährdet wird.

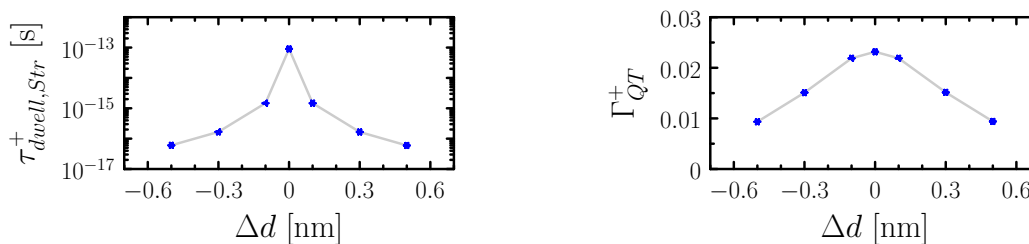


**Abb. 3.28:** Phasenporträt bei Simulation eines Einzelschichtfehlers in der Schicht mit Index 29 (A1As), entspricht einem geringem Abstand vom Resonator (Die Graphen sind abhängig vom Schichtfehler um halbe Linienbreite verschoben)



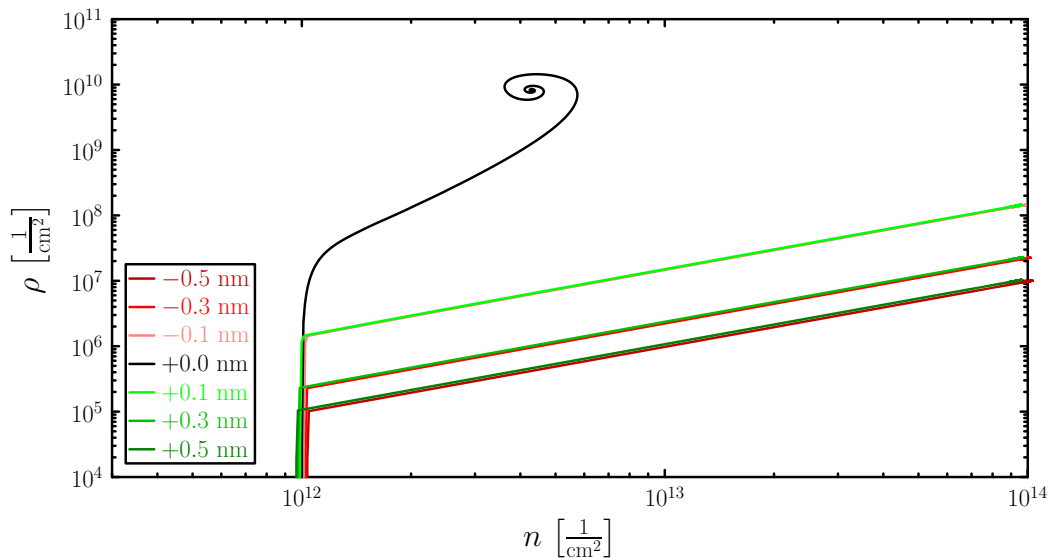
**Abb. 3.29:** mittlere Lebenszeit (links) und Confinementfaktor (rechts) bei Simulation eines Einzelschichtfehlers in der Schicht mit Index 29 (A1As), entspricht einem geringem Abstand vom Resonator

Ausgehend von dieser Erkenntnis wird im Folgenden untersucht, inwieweit sich eine systematische Störung der Struktur auf das Modell auswirkt. Dies ist in Abb. 3.31 dargestellt. Da sich diese systematischen Fehler auf jede Schicht gleichen Typs auswirken, ist die Empfindlichkeit auf eine solche Störung erheblich höher, sodass es sich empfiehlt, geringere Abweichungen vom Ideal zu simulieren. Die damit verknüpften Änderungen der mittleren Lebenszeit der Photonen und des Confinementfaktors sind aus Abb. 3.30 zu entnehmen.



**Abb. 3.30:** mittlere Lebenszeit (links) und Confinementfaktor (rechts) bei Simulation eines systematischen Fehlers in allen A1As-Schichten der Spiegelpaare

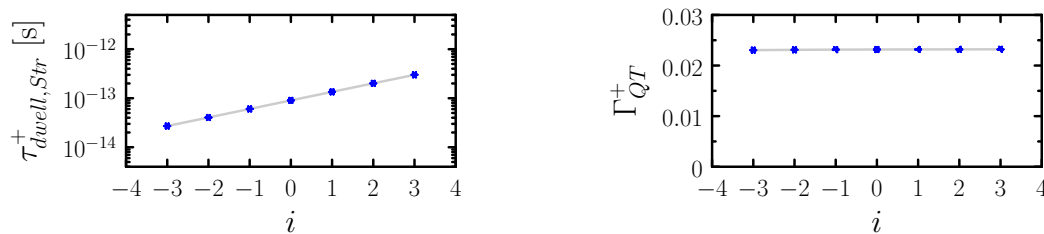




**Abb. 3.31:** Phasenporträt bei Simulation eines systematischen Fehlers in allen AlAs-Schichten der Spiegelpaare (Die Graphen sind abhängig vom Schichtfehler um halbe Linienbreite verschoben)

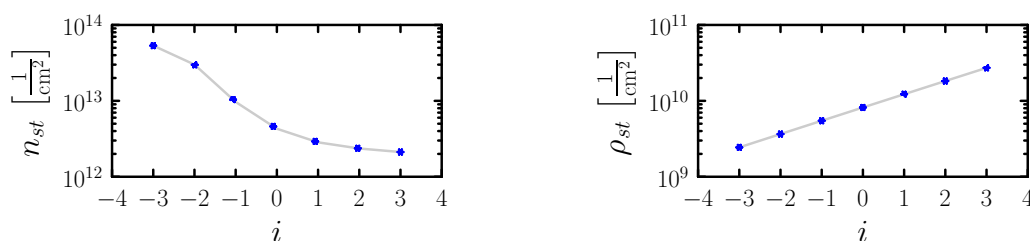
### 3.3.4 Simulation der Abhängigkeit von der Paaranzahl der Spiegel

In diesem Abschnitt soll die Änderung der Eigenschaften der Lasereinheit, verursacht durch Variation der Paaranzahl der Spiegel, untersucht werden. Dabei wird ausgehend von der »VCSEL 1« Struktur beidseitig in gleicher Weise die Spiegelpaaranzahl verändert und zwar werden  $i$  Paare hinzugefügt (mit  $+i$  gekennzeichnet) bzw. entfernt (mit  $-i$  gekennzeichnet). Die Änderung  $i$  durchläuft einen Bereich von  $-3$  bis  $+3$ . Damit ist eine Veränderung der Modenlebensdauer und des Confinementfaktors verknüpft, welche in Abb. 3.32 dargestellt sind.



**Abb. 3.32:** mittlere Lebenszeit (links) und Confinementfaktor (rechts) zu »VCSEL 1« in Abhängigkeit der Änderung  $i$  der Spiegelpaaranzahl (an beiden Enden)

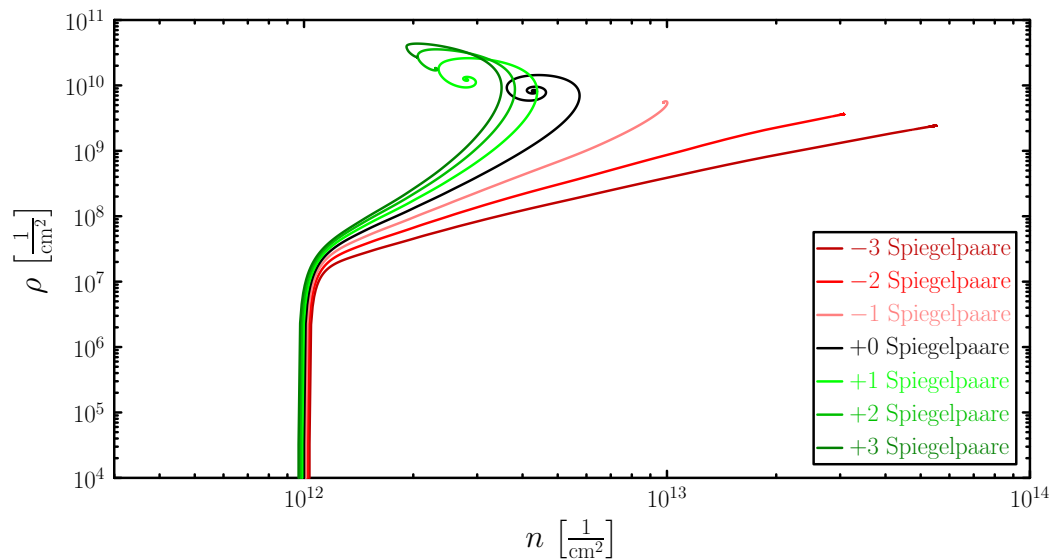
Die relative Anzahl der Photonen im Quantentopf unterliegt kaum einer Änderung. Die Änderung der mittleren Lebenszeit verläuft annähernd exponentiell. Unter Verwendung eines Pumpstermes  $W_p = 1 \cdot 10^{23} \text{ s}^{-1} \text{ cm}^{-2}$  ist in Abb. 3.33 die Änderung des stationären Punktes und in Abb. 3.34 das Phasendiagramm in Abhängigkeit der Spiegelpaaranzahl aufgetragen.



**Abb. 3.33:** stationäre Ladungsträgerdichte (links) und stationäre Photonendichte (rechts) zu »VCSEL 1« in Abhängigkeit der Änderung  $i$  der Spiegelpaaranzahl (an beiden Enden)

Unter Berücksichtigung, dass die stationäre Ausgangsleistungsdichte konstant bleiben muss, lässt sich mithilfe Gl. (2.48) und sowie einer konstanten Photonenergie als auch eines nahezu konstanten Confinementfaktors das Verhalten der stationären Photonendichte begründen, sodass Photonendichte genähert nur noch von der mittleren Lebenszeit abhängig ist. Unter Berücksichtigung der optischen Verstärkung lässt sich das Verhalten dann auf die Ladungsträgerdichte übertragen. Mit der Anzahl der Spiegelpaare lässt sich die Lage des stationären Punktes und das Relaxationsverhalten steuern.

In Abb. 3.34 ist ersichtlich, dass wieder mit der Veränderung der mittleren Lebenszeit eines Photons die Eigenwerte des Systems so verändert werden können, dass sich auch das qualitative Verhalten unter einer festen Pumprate ändert.



**Abb. 3.34:** Phasendiagramm zu »VCSEL 1« unter Variation der Änderung  $i$  der Spiegelpaarzahl (Die Graphen sind abhängig von  $i$  um halbe Linienbreite verschoben)

## 4 Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit einer speziellen Art von Halbleiterlasern, den VCSEL, welche auf Grundlage einer eindimensionalen Schichtstruktur aufgebaut sind. Diese Struktur ist für eine konkrete Wellenlänge moduliert und lässt sich trennen in den Resonator und die angrenzenden Spiegel. In den Resonator ist ein Quantentopf eingesetzt, welcher mit seiner nahen Umgebung den aktiven Bereich bildet in dem elektro-optische Wechselwirkungen stattfinden.

Dabei wurde mittels der Transfermatrixtheorie die optische Funktionsweise der Struktur erläutert und es zeigte sich, dass die beidseitig angebrachten Spiegel für eine hohe Intensität innerhalb des Resonators sorgen. Für die weitere Berechnung sind dabei zwei Größen von Interesse. Zum einen der Confinementfaktor, welcher die relative Anzahl der Photonen innerhalb des Quantentopfes beschreibt und zum anderen die mittlere Lebensdauer der Photonen innerhalb der Struktur. Berechnungen zeigten, dass mit wachsender Anzahl von Spiegelschichtenpaaren die mittlere Lebenszeit zunimmt, jedoch somit empfindlicher auf Energieänderungen der Photonen reagiert, womit die Struktur zunehmend selektiver wird.

Im zweiten Teil dieser Arbeit wurde auf die Gestaltung des Quantentopfes eingegangen. Unter den eingeführten Abmessungen befinden sich in diesem drei Elektron- und sieben Lochzustände. Für die Rechnung wurde allerdings nur der jeweils erste Zustand berücksichtigt, dessen Ausföhrung mittels des Programmes SimuLase™ und auf Grundlage der Halbleiter-Bloch-Gleichungen geschah. Dabei wurden mikroskopische Streueffekte, wie die Elektron-Elektron oder Elektron-Phonon-Streuung berücksichtigt. Letztendlich wurde damit die optische Verstärkung berechnet, welche in Abhängigkeit der Ladungsträger die Vervielfachung der vorhanden Photonen pro Länge angibt. Es zeigte sich, dass bei einer Ladungsträgerdichte ab  $n = 1.8 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  diese Verstärkung größer Null ist, d.h. die induzierte Emission ist stärker als die Absorption. Bei geringen Ladungsträgerdichten ist eine resonanzartige Absorption für den Laserübergang ersichtlich. Dies ist auch gerade die Energie, für welche die Laserstruktur abgestimmt wurde.

Im dritten Teil wurde dann mittels eines Ratengleichungsmodells und den zuvor untersuchten Struktureigenschaften das dynamische Verhalten des Lasers untersucht. Prinzipiell konvergieren alle Simulationen in einem von Simulationsparametern abhängigen stationären Punkt.

Zu Beginn wurde die Abhängigkeit vom Pumpterm untersucht. Aufgrund fehlender dissipativer Effekte im Modell steigt die Ausgangsleistungsdichte mit der Pumprate linear an. In Abhängigkeit der Eigenwerte des Systems, auf die u.a. der Pumpterm Einfluss nimmt, ein Phänomen, welches als Laserspiking bezeichnet wird und das System sich nicht in einer exponentiellen Art, sondern in der Art einer gedämpften Schwingung dem Gleichgewicht nähert. Die Höhe des Pumpterm hat Einfluss auf die Dämpfungskonstante und somit auch auf die Relaxationszeit.

Im Folgenden wurde untersucht inwieweit die Eigenwerte durch andere Parameter beeinflussbar sind und welche Folgen diese haben. Zunächst wurde auf die Abhängigkeit des Systems von der Photonenenergie untersucht. Da damit sich die mittlere Lebenszeit und die Anzahl der Photonen im Quantentopf empfindlich ändert, muss für die gleiche Photonendichte das System zu höheren Ladungsträgerdichten übergehen bzw. setzt sich in einer solchen Struktur stets die Resonatormode durch, da bei gleicher Ladungsträgerdichte diese stets die höchste Photonendichte besitzt und somit auch die meiste Wechselwirkung erzielt.

Eine weitere Möglichkeit die Struktur zu verändern, stellt die Zahl der Spiegelpaare dar. Bei dieser Simulation änderte sich im Wesentlichen nur die Modenlebensdauer und mit ihr die Lage des stationären Punktes. Mit wachsender Spiegelpaaranzahl wird die Rückkopplung der Photonen größer und somit kann selbst bei kleineren Pumpraten, im Vergleich zur Standardstruktur ein schwingendes Verhalten festgestellt werden. In der Umkehrung, also die Verringerung von Spiegelpaaren, stellt sich ein Trend zum exponentiellen Verhalten ein und das System arbeitet bei höheren Ladungsträgerdichten.

Des Weiteren wurde untersucht, inwieweit Fehler oder Fertigungsgenauigkeiten Abweichungen von dem idealen System verursachen. Unterstellt man dem System einen Einzelfehler, so entscheidet sich in Abhängigkeit der Intensität am Fehlerort gegenüber der gesamten Intensitätsverteilung des Lichtes innerhalb der Struktur, inwieweit diese Störung relevant ist. Es zeigt sich jedoch, dass Störungen von 1 nm in der Nähe des Resonators bereits große Auswirkungen haben können. Betrachtet man einen systematischen Fehlers, d.h. das Auswirken eine Längenabweichung auf alle Schichten eines Typs, so setzt dieser sich additiv aus den Einzelfehlern zusammen und ist dementsprechend stärker in seinen Auswirkungen.

Zusammengefasst lässt sich mit der Veränderung der Parameter der Arbeitsbereich und die Art des Einschaltverhaltens einstellen, um so einen für die spezielle Anwendung idealen Laser zu erschaffen.

# Literaturverzeichnis

- [1] *Abbildung eines VCSEL-Bauelements.*  
[www.fujixerox.co.jp/company/news/release/picture/images/for\\_print/VCSEL.jpg](http://www.fujixerox.co.jp/company/news/release/picture/images/for_print/VCSEL.jpg)
- [2] SODA, Haruhisa ; IGA, Ken ichi ; KITAHARA, Chiyuki ; SUEMATSU, Yasuharu:  
 GaInAsP/InP Surface Emitting Injection Lasers.  
 In: *Japanese Journal of Applied Physics* 18 (1979), Nr. 12, 2329-2330.  
<http://jjap.jsap.jp/link?JJAP/18/2329/>
- [3] KOYAMA, Fumio ; KINOSHITA, Susumu ; IGA, Kenichi:  
 Room Temperature CW Operation of GaAs Vertical Cavity Surface Emitting Laser.  
 In: *IEICE TRANSACTIONS E71-E* (1988), November, Nr. 11, 1089-1090.  
[http://search.ieice.org/bin/summary.php?id=e71-e\\_11\\_1089](http://search.ieice.org/bin/summary.php?id=e71-e_11_1089)
- [4] FRITZ KURT KNEUBÜHL, Markus Werner S.:  
*Laser.*  
 7. Auflage.  
 Vieweg+Teubner, 2008
- [5] MESCHÉDE, Dieter:  
*Optik, Licht und Laser.*  
 3. Auflage.  
 Vieweg+Teubner, 2008
- [6] NLCSTR (Hrsg.):  
*SimuLase.*  
 Version 1.5.  
 NLCSTR, Januar 2011.  
[www.nlcstr.com/Download\\_SimuLase/SimuLase\\_1.5.pdf](http://www.nlcstr.com/Download_SimuLase/SimuLase_1.5.pdf)
- [7] HAUG, Hartmut ; KOCH, Stephan W.:  
*Quantum Theory of Optical and Electronic Properties of Semiconductors.*  
 5. Edition.  
 World Scientific, 2009
- [8] HADER, J. ; KOCH, S. W. ; MOLONEY, J. V. ; OREILLY, E. P.:  
 Influence of the valence-band offset on gain and absorption in GaNAs/GaAs quantum well lasers.  
 76 (2000), Nr. 25, 3685-3687.  
<http://dx.doi.org/doi/10.1063/1.126749>
- [9] CHOW, W. W. ; KOCH, S.W.:  
*Semiconductor - Laser Fundamentals: Physics of Gain Materials.*  
 Springer Verlag, 1999
- [10] KIRA\*, M. ; KOCH, S.W.:  
 Many-body correlations and excitonic effects in semiconductor spectroscopy.  
 In: *Progress in Quantum Electronics* 30 (2006), S. 155–296
- [11] M. CLAUDIA TROPAREVSKY, Andrew R. L. Adrian S. Sabau S. Adrian S. Sabau ; ZHANG, Zhenyu:  
 Transfer-matrix formalism for the calculation of optical response in multilayer systems: from coherent to incoherent interference.  
 In: *Opt. Express* 18 (2010), Nr. 24, S. 24715–24721

- [12] KIRA\*, M. ; JAHNKE, F. ; HOYER, W. ; KOCH, S.W.:  
Quantum theory of spontaneous emission and coherent effects in semiconductor microstructures.  
In: *Progress in Quantum Electronics* 23 (1999), S. 189–279
- [13] *Numerical Recipes in C++*.  
2. Edition.  
Cambridge University Press, 2002

# Selbstständigkeitserklärung

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig angefertigt, nicht anderweitig zu Prüfungszwecken vorgelegt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Sämtliche wissentlich verwendete Textauschnitte, Zitate oder Inhalte anderer Verfasser wurden ausdrücklich als solche gekennzeichnet.

Chemnitz, den 22. August 2011

---

Martin Puschmann